

CBS

Colegio Bautista Shalom



Física 2

Cuarto BACL

Tercer Bimestre

Contenidos**MOVIMIENTO**

- ✓ MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE .
- ✓ LANZAMIENTO HORIZONTAL.
- ✓ MOVIMIENTO DE PROYECTILES.
- ✓ MOVIMIENTO CIRCULAR.
 - PERÍODO Y FRECUENCIA.
 - VELOCIDAD ANGULAR (ω).
 - LA VELOCIDAD TANGENCIAL (v).

NOTA: conforme avances en el aprendizaje, encontrarás ejercicios, investigaciones y actividades a realiza. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE

Se conoce como caída libre cuando desde cierta altura un cuerpo se deja caer para permitir que la fuerza de gravedad actúe sobre él, siendo su velocidad inicial cero. En este tipo de movimiento, el desplazamiento es en una sola dirección correspondiente al eje vertical del plano cartesiano (eje "Y").

Se caracteriza por ser uniformemente acelerado y la aceleración que actúa sobre los cuerpos es la de gravedad, como la aceleración de la gravedad aumenta la velocidad del cuerpo, la aceleración se toma con un valor positivo.

"En el vacío, todos los cuerpos tienden a caer con igual velocidad"

Un objeto al caer libremente está bajo la influencia única de la gravedad. Se conoce como aceleración de la gravedad. Y se define como la variación de velocidad que experimentan los cuerpos en su caída libre.

El valor de la aceleración que cualquier masa experimenta; sometida a una fuerza constante dependerá de la intensidad de esa fuerza y ésta, en el caso de la caída de los cuerpos, no es más que la atracción hacia el centro de la tierra.

"Los cuerpos dejados en caída libre aumentan su velocidad (hacia abajo) en 9,8 m/s cada segundo"

La aceleración de gravedad es la misma para todos los objetos y es independiente de las masas de éstos. En el caso del movimiento en caída libre no se toma en cuenta la resistencia del aire hacia los cuerpos. Es decir, se desprecia la resistencia del aire.

En este caso el espacio s se mide sobre la vertical y corresponde, por tanto, a una altura que se representa por la letra " h ".

En ausencia de un medio resistente como el aire, es decir en el vacío, el movimiento de caída es de aceleración constante, siendo dicha aceleración la misma para todos los cuerpos, independientemente de cuáles sean su forma y su peso.

La presencia de aire frena ese movimiento de caída y la aceleración pasa a depender entonces de la forma del cuerpo. No obstante, para cuerpos aproximadamente esféricos, la influencia del medio sobre el movimiento puede despreciarse y tratarse, en una primera aproximación, como si fuera de *Caída Libre*.

La aceleración en los movimientos de caída libre, conocida como aceleración de la gravedad, se representa por la letra g y toma un valor aproximado de $9,8 \text{ m/s}^2$. Si el movimiento considerado es de descenso o de caída, el valor de g resulta positivo como corresponde a una auténtica aceleración. Si por el contrario es de ascenso en vertical el valor de g se considera negativo, pues se trata, en tal caso, de un movimiento decelerado.

Las fórmulas características de estos tipos de movimientos, al igual que sus gráficas cinemáticas, coinciden con las deducidas para los movimientos uniformemente acelerados, y uniformemente retardados.

Fórmulas de velocidad:

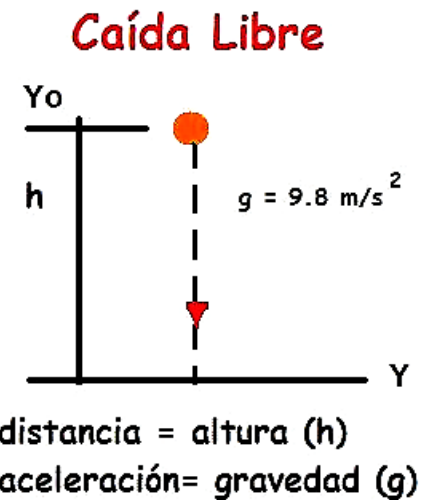
$$V_f = V_o + gt \quad V_f^2 = V_o^2 + 2gh \quad v = \frac{2h}{t} - v_o \quad v = v_o \pm gt$$

Fórmulas de altura:

$$h = v_o t \pm \frac{1}{2}gt^2 \quad h = \left[\frac{v + v_o}{2} \right] t$$

Fórmulas de tiempo:

$$t = \frac{v_f - v_o}{g}$$



Fórmulas para despeje de incógnitas:

$$v^2 - v_0^2 = \pm 2 g h$$

En ellas se considera g con signo $+$ cuando el movimiento es de descenso y con signo $-$ cuando es de ascenso.

En el aire, la aproximación consistente en suponer despreciable la influencia retardadora del rozamiento sobre el movimiento sólo es válida para velocidades no muy grandes, del orden de las que puede alcanzar un cuerpo cayendo desde una altura de unas pocas decenas de metros.

UNIDAD DE MEDIDA ENTRE SISTEMAS



SUM	MAG	MASA	TIEMPO	GRAVEDAD
MKS	mts	Kg	S	9.81
CGS	cm	g		9.81
PLS	pies	lb		32.2

Las Cajas de Einstein

Existe una relación muy profunda entre sistemas de referencia no inercial y sistemas de referencia sometidos a fuerzas gravitacionales, relación que se puede entender con un ejemplo dado por el mismo Einstein.

Supongamos que nos encontramos encerrados en una caja colocada sobre la superficie terrestre. En su interior, sentimos la fuerza gravitacional de la Tierra que nos atrae al suelo, al igual que todos los cuerpos que se encuentran a nuestro alrededor.

Al soltar una piedra, ésta cae al suelo aumentando continuamente su velocidad, es decir acelerándose a razón de 9.81 metros por segundo cada segundo, lo que equivale, por definición, a una aceleración de $1 g$.

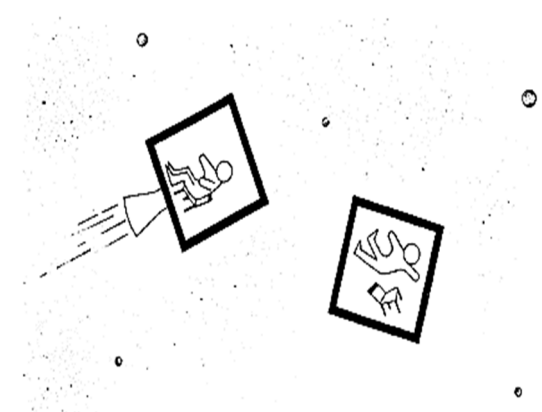
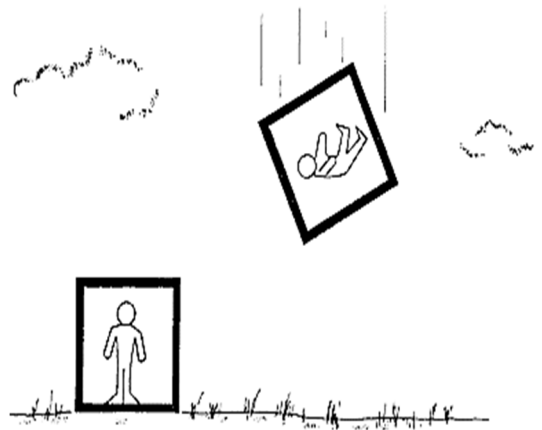
Por supuesto, en el interior de la caja la fuerza que actúa sobre un cuerpo es proporcional a su *masa gravitacional*.

Ahora, consideramos el caso de una caja situada en el espacio, lejos de la influencia gravitacional de cualquier planeta o estrella. Si esa caja está en reposo, todo lo que se encuentra en su interior flota ingravidamente.

Pero si la caja se acelera, aumentado su velocidad a razón de 9.81 metros por segundo cada segundo ($1 g$), los objetos en su interior se quedan rezagados y se pegan al suelo; más aún, un cuerpo que se suelte dentro de ella se dirigirá al suelo con una aceleración de $1 g$. Evidentemente, la caja acelerada es un sistema de referencia no inercial, y las fuerzas, que aparecen en su interior son fuerzas inerciales que dependen de la *masa inercial* de los cuerpos sobre los que actúan.

Y ahora la pregunta fundamental: ¿pueden los ocupantes de una caja determinar por medio de experimentos físicos si se encuentran en reposo sobre la superficie de la Tierra o se encuentran en el espacio, en movimiento acelerado? La respuesta es no, porque el principio de equivalencia no permite distinguir, dentro de la caja, entre una fuerza gravitacional y una inercial.

Podemos imaginarnos otra posible situación. Esta vez la caja es un elevador que se encuentra en un edificio terrestre, pero su cable se rompe y cae libremente. Sus ocupantes caen junto con la caja y, mientras dura la caída, no sienten, ninguna fuerza gravitacional, exactamente como si estuvieran en el espacio extraterrestre.



Otra situación, que se ha vuelto familiar en los últimos años, es la de los astronautas que vemos flotar ingravidos dentro de sus vehículos colocados en órbita alrededor de la Tierra.

Si no perciben ninguna fuerza gravitacional no es porque estén tan alejados de la Tierra que no resientan su atracción, es porque el vehículo espacial y sus tripulantes se encuentran en *caída libre*. Esto puede no coincidir con la idea, común de Luna caída; pero hay que recordar que, estrictamente hablando, un cuerpo se encuentra en caída libre si se mueve únicamente bajo el influjo de una fuerza gravitacional sin otro tipo de restricción. Un satélite terrestre efectivamente está en caída libre, pero nunca choca con la Tierra por la curvatura de ésta, como se puede ver en la figura.



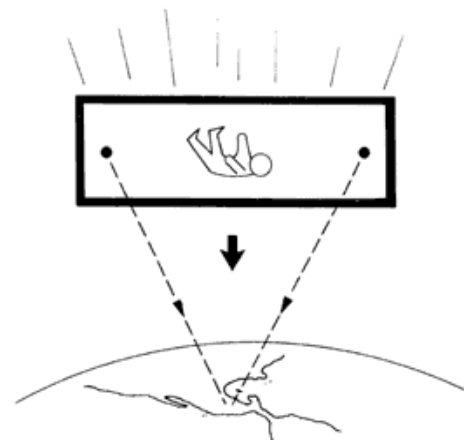
En resumen, un vehículo espacial en órbita, con sus motores apagados y sin fricción del aire por encontrarse fuera de la atmósfera, es un ejemplo perfecto de un sistema inercial: sus ocupantes no pueden decidir, sin mirar por las escotillas, si están en órbita alrededor de la Tierra o en reposo lejos de todo cuerpo celeste.

Así, un sistema de referencia inercial es equivalente a un sistema de referencia en caída libre, y del mismo modo un sistema no inercial es equivalente a un sistema de referencia sometido a la fuerza gravitacional. En consecuencia, se puede extender el principio de relatividad a sistemas no inerciales si se toma en cuenta a la gravitación.

Pero Einstein fue más allá de esta simple comprobación.

Un satélite en órbita es un caso extremo de proyectil de caída libre.

Regresemos al ejemplo de la caja en caída libre, pero esta vez supongamos que la caja es lo suficientemente grande para hacer el siguiente experimento: colóquense dos canicas en cada extremo del compartimiento, como se indica en la figura.



Como las canicas se hallan también en caída libre, permanecen fijas, flotando, para los ocupantes de la caja. Sin embargo, las trayectorias de ambas no son exactamente rectas *paralelas*, sino rectas que convergen al centro de la Tierra. En consecuencia, vistas desde la caja, las dos canicas no están estrictamente fijas, sino que parecen acercarse lentamente una a otra. Este efecto casi imperceptible no ocurriría si la caja estuviera en el espacio extraterrestre, lejos de todo influjo gravitacional, ya que las dos canicas permanecerían exactamente donde se colocan.

Manifestación de la fuerza gravitacional en una caja en caída libre suficientemente grande.

El experimento anterior implica que la equivalencia entre sistema inercial y sistema en caída libre debe formularse con más precisión: Los dos sistemas son equivalentes en una región pequeña del espacio, pero pueden distinguirse uno del otro si se realizan experimentos físicos sobre distancias suficientemente grandes.

Esta comprobación condujo a Einstein a relacionar la gravitación con las propiedades *geométricas* de una superficie.

LEYES FUNDAMENTALES DE LA CAÍDA LIBRE

- a) Todo cuerpo que cae libremente tiene una trayectoria vertical.
- b) La caída de los cuerpos es un movimiento uniformemente acelerado.
- c) Todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

Los valores de la gravedad son:

$$\begin{aligned} g &= 9.81 \text{ m/s}^2 && \text{Sistema internacional} \\ g &= 981 \text{ cm/s}^2 && \text{cgs} \\ g &= 32.16 \text{ ft/s}^2 && \text{Sistema inglés} \end{aligned}$$

MAGNITUDES DEL MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE

- ✓ **Velocidad inicial:** normalmente es la velocidad que se le imprime inicialmente a un objeto para ponerlo en movimiento. En este caso como no se le da una fuerza sino solo se deja caer la V_0 es igual a cero.
- ✓ **Velocidad final:** es la velocidad que alcanzara el objeto cuando llega al punto final de la caída.
- ✓ **Tiempo:** es lo que se demora el cuerpo en caer.
- ✓ **Altura:** la altura es la medida de longitud de una trayectoria o desplazamiento, siempre y cuando la medida se tomada como punto de referencia la vertical.
- ✓ **Gravedad:** gravedad es una fuerza que trata de jalar los objetos hacia abajo.

"Cualquier cosa que tenga masa también tiene un tirón gravitacional"

"Entre más masa un objeto tenga, más fuerte es su tirón o jale de atracción gravitacional"

Por ejemplo: se deja caer una pelota desde la cima de un edificio. Si tarda 3 segundos en llegar al piso ¿Cuál será la altura del edificio? ¿Con qué velocidad se impacta contra el piso?

Datos:

$$\begin{aligned}h &= ? \\t &= 3 \text{ segundos} \\V_f &= ? \\V_0 &= 0 \text{ m/s} \\g &= -9.81 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Sustituyendo los datos dados en el enunciado del problema, empleando la fórmula correspondiente:

Altura de la cual cae la pelota:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} (9.81 \text{ m/s}^2) (3\text{s})^2$$

$$h = 44.14 \text{ m}$$

Velocidad final con la que impacta el suelo:

$$V_f = v_0 + g \cdot t$$

$$V_f = 0 + (9.81 \text{ m/s}^2) (3\text{s})$$

$$V_f = 29.4 \text{ m/s}$$

Ejemplo: se deja caer una pelota desde una altura de 20 m. ¿Cuánto tardará en llegar al suelo? ¿Con qué velocidad llega?

Datos:

$$\begin{aligned}h &= 20\text{m} \\t &= ? \\V_f &= ? \\V_0 &= 0\end{aligned}$$

Velocidad final al momento de llegar la pelota llega al suelo:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2gh$$

La incógnita es la velocidad final, la que debe de quedar únicamente tal (incógnita). Para lo cual, se despeja la potencia cuadrada hacia la derecha como una raíz cuadrada.

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Como la velocidad inicial es cero, se elimina de la ecuación:

$$v_f = \sqrt{\cancel{v_0}^2 + 2gh}$$

Entonces, la ecuación te quedará así:

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

Sustituyendo las variables en la ecuación con los datos dados en el enunciado del problema:

$$v_f = \sqrt{2 \left(9.8m/s^2 \right) (20m)}$$

En el caso de las unidades de medida; también se realiza el producto, el cual queda así:

$$v_f = \sqrt{2 \left(196m/s \right)}$$

$$\left(\frac{m}{s^2} \right) \left(\frac{m}{1} \right) = \frac{m^2}{s^2}$$

$$v_f = \sqrt{392m/s}$$

Como puedes observar, la unidad de medida de longitud "m" se divide entre 1 para convertirla en fracción, igualmente "m" dividido 1 es igual a "m"; por lo tanto, no se altera.

$$v_f = 19.80m/s$$

Ahora, como está dentro de la una raíz cuadrada, esta se opera:

$$\sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s}$$

Tiempo en que tarda la pelota en llegar al suelo.

$$t = \frac{v_f - v_0}{g}$$

$$t = \frac{19.80m/s - 0}{9.8m/s^2}$$

$$t = 2.02 \text{ segundos}$$

EJERCICIO 01: a continuación, se te presentaran problemas de movimiento en caída libre. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques.

1. Un cuerpo cae libremente desde el reposo durante 6 segundos hasta llegar al suelo. Calcular la distancia que ha recorrido, o lo que es lo mismo, la altura desde donde se soltó.
2. Un tornillo cae accidentalmente desde la parte superior de un edificio. 4 segundos después está golpeando el suelo. ¿Cuál será la altura del edificio?

3. Desde el techo de un edificio se deja caer una piedra hacia abajo y se oye el ruido del impacto contra el suelo 3 segundos después. Sin tomar en cuenta la resistencia del aire, ni el tiempo que tardó el sonido en llegar al oído.

Calcula:

- a) La altura del edificio.
 - b) La velocidad de la piedra al llegar al suelo.
4. ¿Con qué velocidad se debe lanzar hacia arriba una piedra, para que logre una altura máxima de 3.2m?
5. Hallar la velocidad con que fue lanzado un proyectil hacia arriba si ésta se reduce a la tercera parte cuando ha subido 40 m. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
6. Hallar la aceleración de la gravedad en un planeta conociéndose que en éste, cuando un cuerpo es soltado desde una altura de 4m, tarda 1s para golpear en el suelo.
7. Un cuerpo es lanzando verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s donde se desprecia la resistencia del aire. Conteste los siguientes incisos del problema.
- a) ¿Cuál será la velocidad del cuerpo 2 segundos después de su lanzamiento?
 - b) ¿Cuánto tarda el cuerpo en llegar al punto más alto de su trayectoria?
 - c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cuerpo?
 - d) ¿A qué velocidad regresa el cuerpo al punto de lanzamiento?
 - e) ¿Cuánto tardó en descender?

8. Una pelota de golf se suelta desde el reposo del techo de un edificio muy alto. Despreciando la resistencia del aire.

Calcula:

- a) la posición
 - b) la velocidad de la pelota después de 1, 2 y 3 segundos.
9. Una de tus compañeras de clase lanza un llavero verticalmente hacia arriba a su hermana, que está en una ventana que está ubicada 4 m correspondiente a un salón arriba. Las llaves son atrapadas 1.5 segundos después por el brazo extendido de la hermana (que tiene fuera por la ventana).

Calcula:

- a) ¿Con qué velocidad inicial fueron lanzadas las llaves?
 - b) ¿Cuál era la velocidad de las llaves justo antes que fueran atrapadas?
10. Se lanza una pelota directamente hacia abajo, con una rapidez inicial de 8 m/s, desde una altura de 30 m. ¿Después de que intervalo de tiempo llega la pelota al suelo?

En todos los casos usar $g = 10 \text{ m/s}^2$.

11. Desde el balcón de un edificio se deja caer una manzana y llega a la planta baja en 5 s.

- a) ¿Desde qué piso se dejó caer, si cada piso mide 2,88 m?
- b) ¿Con qué velocidad llega a la planta baja?

12. Si se deja caer una piedra desde la terraza de un edificio y se observa que tarda 6 s en llegar al suelo.

Calcular:

- a) A qué altura estaría esa terraza.
- b) Con qué velocidad llegaría la piedra al piso.

13. ¿De qué altura cae un cuerpo que tarda 4 s en llegar al suelo?

14. Un cuerpo cae libremente desde un avión que viaja a 1,96 km de altura, cuánto demora en llegar al suelo?

15. Un cuerpo cae libremente desde el reposo.

Calcular:

- a) La distancia recorrida en 3 s,
- b) La velocidad después de haber recorrido 100 m,
- c) el tiempo necesario para alcanzar una velocidad de 25 m/s,
- d) el tiempo necesario para recorrer 300 m, desde que cae.

16. Se deja caer una piedra en un pozo y al cabo de 10 s se oye el choque contra el fondo, si la velocidad del sonido es de 330 m/s, ¿cuál es la profundidad del pozo?
17. ¿Desde qué altura debe caer el agua de una presa para golpear la rueda de una turbina con velocidad de 30 m/s?
18. Un cuerpo se deja caer desde el edificio más alto de la ciudad de Guatemala, ¿Cuál será la velocidad final que este objeto tendrá después de los 10 segundos?
19. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s donde se desprecia la resistencia del aire. Conteste los siguientes incisos del problema.
20. Responder lo siguiente:
- ¿Qué tipo de movimiento es la caída de los cuerpos?
 - Cuando un cuerpo cae libremente, ¿cómo varía su velocidad?
 - Cuando un cuerpo cae libremente, ¿cómo varía su aceleración?
 - ¿Cómo se produce la caída de los cuerpos en el vacío?

LANZAMIENTO HORIZONTAL

Consiste en lanzar un cuerpo horizontalmente desde determinada altura. Este se compone de movimientos en dos dimensiones (vistos con anterioridad): movimiento rectilíneo uniforme (horizontal) y un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de caída libre. El primero en el eje "x" del plano cartesiano y el otro en el eje "y" de este.

Sus ecuaciones son:

Lanzamiento horizontal son:

Las ecuaciones del m.r.u. para el eje "x":

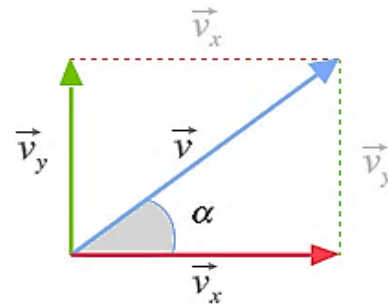
$$x = x_0 + v_x \cdot t$$

Las ecuaciones del m.r.u.a. para el eje "y":

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2$$

Dado que, como dijimos anteriormente, la velocidad forma un ángulo α con la horizontal, las componentes "x" e "y" se determinan recurriendo a las relaciones trigonométricas más habituales:



Finalmente, teniendo en cuenta lo anterior, que $y_0 = H$, $x_0 = 0$, y que $a_y = -g$, podemos reescribir las fórmulas tal y como quedan recogidas en la siguiente tabla.

Estas son las expresiones finales para el cálculo de las magnitudes cinemáticas en el lanzamiento horizontal...

Reescribiendo y empleando las ecuaciones de ambos movimientos implícitos en el lanzamiento horizontal, tenemos...

Por ejemplo: desde lo alto de un acantilado de 5 m de alto se lanza horizontalmente una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado choca la piedra?

Solución:

Paso 1: calcular las componentes rectangulares de la velocidad inicial.

	Posición (m)	Velocidad (m/s)	Aceleración (m/s ²)
Eje Horizontal	$x = x_0 + v \cdot t$	$v_x = v_{0x} = \text{cte}$	$a_x = 0$
Eje Vertical	$y = H - \frac{1}{2}gt^2$	$v_y = -g \cdot t$	$a_y = -g$

$V_x = \frac{X}{t}$	$Y = \left(\frac{V_{fy} + V_{oy}}{2} \right) t$
$\bar{V} = \frac{V_f + V_0}{2}$	$Y = V_{0y}t + \frac{gt^2}{2}$
$g = \frac{V_{fy} - V_{oy}}{t}$	$Y = V_{fy}t - \frac{gt^2}{2}$
	$V_{fy}^2 - V_{oy}^2 = 2gY$

En el lanzamiento horizontal la velocidad inicial vertical (V_{oy}) es igual a cero, por lo que:

$$v_x = 20m/s$$

$$v_{oy} = 0$$

Paso 2: anotar los datos para "X" y para "Y". Recuerde que las velocidades y los desplazamientos:

Para "X"	Para "Y"
$v_x = 20m/s$	$v_{oy} = 0$
$t = ?$	$g = -9.8 m/s^2$
$X = ?$	$Y = -5m$

Paso 3: selecciona las ecuaciones a utilizar para la solución de las incógnitas que has identificado en este problema ejemplo.

Recuerda que "X" que es la distancia horizontal que recorre un proyectil y para calcularla es necesario saber el valor de t (tiempo). Observa que en "Y" tiene datos suficientes para calcular "t".

$$Y = v_{oy} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Paso 4: resuelve la ecuación considerando que la V_{oy} es igual a cero (0), por lo que el primer término se anula de la ecuación:

$$Y = \cancel{v_{oy} \cdot t} + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$Y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Ahora, solucionando respecto de "t", nos queda:

$$Y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Se despeja el 2 que divide y se pasa a multiplicar:

$$2Y = g \cdot t^2$$

Se despeja la "g" que multiplica y se pasa a dividir hacia el otro lado:

$$\frac{2Y}{g} = t^2$$

Se despeja la potencia elevada al cuadrado y se pasa hacia el otro lado como una raíz, y así queda una ecuación respecto de "t":

$$\sqrt{\frac{2Y}{g}} = t$$

Rescribiendo la ecuación, se sustituyen los datos:

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(-5m)}{(-9.8m/s^2)}}$$

$$t = 1.0204 \dots \text{segundos}$$

Paso 5: recuerda que el eje "x" que es la distancia horizontal, la cual recorre el proyectil y para su cálculo es necesario conocer el tiempo "t".

Observa que "Y" tiene datos suficientes para calcular el tiempo "t", por eso se escoge esa ecuación.

Ahora, calcula "X" empleándola siguiente ecuación:

$$v_x = \frac{X}{t}$$

Resolviendo:

$$v_x = \frac{X}{t}$$

Pasa a multiplicar.

$$X = v_x \cdot t$$

$$X = (20m/s)(1.0204s)$$

Segundos se va con segundos y queda metros como unidad de medida como respuesta.

$$\frac{m}{s} \times \frac{s}{1} = \frac{m}{1} = m$$

Recuerda que a "m" la debes de convertir en una fracción, esto para poder realizar un producto de fracciones y así averiguar qué unidad de medida acompañará a la cantidad numérica en la solución de la incógnita "X".

$$X = 20.41 \text{ m}$$

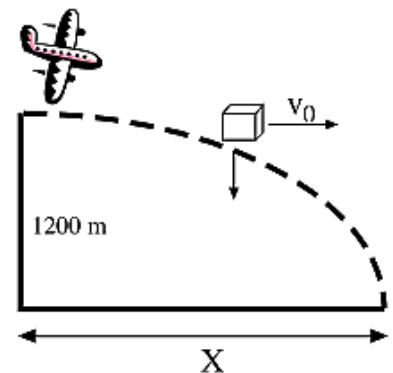
EJERCICIO 02: a continuación, se te presentaran problemas de lanzamiento horizontal. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques

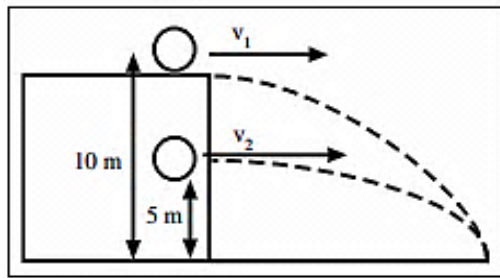
1. Una pelota se lanza desde el suelo hacia arriba. En un segundo llega hasta una altura de 25 m. ¿Cuál será la máxima altura alcanzada?

Un avión vuela horizontalmente a 1200 m de altura, con una velocidad de 500 km/h y deja caer un paquete.

Determina:

- a) El tiempo que le cuesta llegar al suelo el paquete;
- b) Qué distancia antes de llegar al suelo tiene que soltar la carga el avión para que llegue al punto correcto;
- c) Calcular la velocidad del paquete en el momento de llegar al suelo.

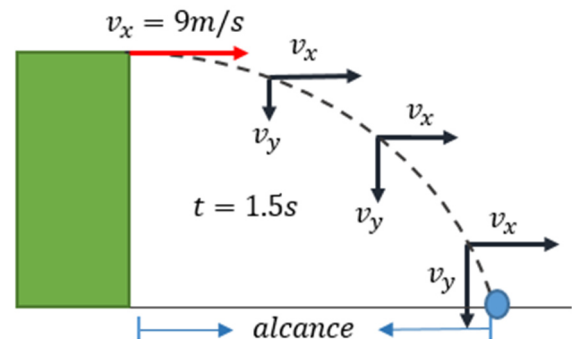




Al caer el paquete desde el avión, visto desde tierra el movimiento que realiza es un tiro horizontal, tal como se representa en la figura.

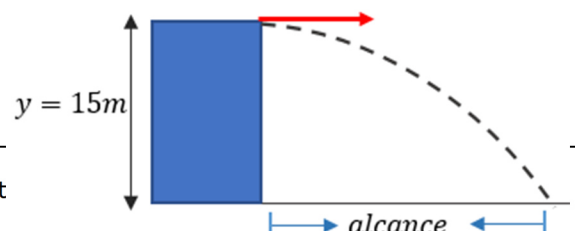
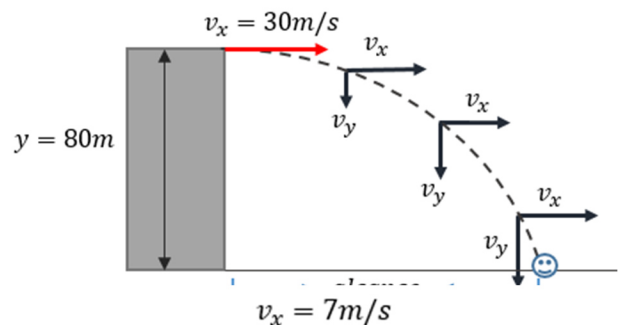
2. En los tiros horizontales mostrados en la figura, $v_1 = 4 \text{ m/s}$ y las alturas de lanzamiento son las que se indican, 10 y 5 m. Hallar cual debe ser la velocidad v_2 para que el alcance de ambos tiros sea el mismo.
3. Hállese el alcance horizontal R , es decir, la distancia horizontal desde el punto de partida al punto en el que el proyectil vuelve a su altura inicial, esto es $y = 0$. Sea t_2 el instante en el que alcanza este punto.
4. Se arroja una piedra en sentido horizontal desde un barranco de 100 m de altura. Choca con el piso a 80 m de distancia de la base del barranco. ¿A qué velocidad fue lanzada?
5. Una manguera lanza agua horizontalmente a una velocidad de 10 m/s desde una ventana situada a 15 m de altura. ¿A qué distancia de la pared de la casa llegará el chorro de agua al suelo?
6. Se lanza una bola horizontalmente desde una altura de 90 metros con una velocidad de 20 m/s. Calcula, el vector velocidad y posición de la bola:
 - a) a los 2 segundos.
 - b) a los 4 segundos.
7. Un avión en vuelo horizontal a una altura de 100 m y con una velocidad de 70 m/s, deja caer una bomba. Calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo, el alcance (desplazamiento horizontal de la bomba) y la velocidad al llegar al suelo.
8. Se lanza una bola horizontalmente desde una altura de 100 metros con una velocidad de 20 m/s. Calcula, la ecuación de la trayectoria.
9. Una pelota rueda sobre el tablero de una mesa a 1.5 m del suelo y cae por su borde. Si impacta contra el suelo a una distancia de 1.8 m medidos horizontalmente. ¿Con que velocidad cayó de la mesa?
10. Un avión que vuela a 400 m de altura, a 900 km/h, debe destruir un polvorín. ¿A qué distancia horizontal del polvorín debe dejar caer la bomba para destruirlo?

11. Un lanzador de béisbol arroja una pelota horizontalmente desde lo alto de un barranco, dicha pelota posee una velocidad de 9 m/s, se pide calcular, la distancia horizontal y vertical a los 1.5 segundos de caída.



12. Un esquiador salta horizontalmente con una velocidad inicial de 30 m/s, la altura de la rampa desde la que salta es de 80 metros arriba del punto de contacto, calcule:

- a) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire el esquiador?
- b) ¿Cuánto lejos viajó horizontalmente?
- c) Sus componentes horizontal y vertical de velocidad.



13. Con un resorte comprimiéndose se dispara horizontalmente una pelota, desde la parte superior de un edificio de 15 metros de altura, la velocidad inicial con la que sale la pelota es de 7 m/s.

Calcular:

- El tiempo de caída;
- La distancia que cae de la base del edificio;
- Componente horizontal y vertical al tocar el suelo.

14. Un avión que vuela horizontalmente con una velocidad de 360 km/h, deja caer una bomba, la cual transcurrido un tiempo desciende a 120 m/s. calcular en ese instante.

- La magnitud de la componente vertical de la velocidad.
- El tiempo transcurrido.
- Cuanto ha descendido.
- Cuanto ha recorrido horizontalmente.
- Si la bomba tarda 10 segundos en dar en el blanco, calcular la altura del avión.

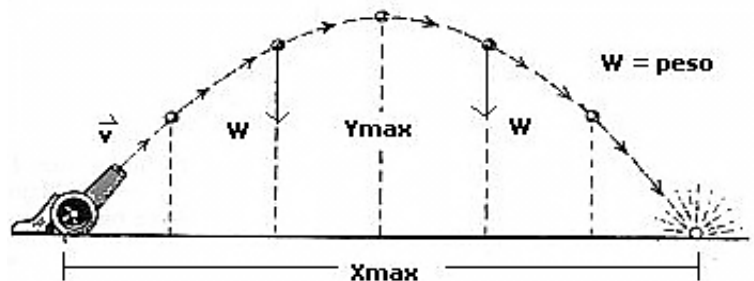
MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Un objeto que se lanza al espacio sin fuerza de propulsión propia recibe el nombre de proyectil. Cuando un objeto es lanzado al aire, éste sufre una aceleración debida al efecto del campo gravitacional. ^A

El movimiento más sencillo de este tipo es la **caída libre**; pero cuando un cuerpo, además de desplazarse verticalmente, se desplaza horizontalmente, se dice que tiene un *movimiento de proyectil*, también conocido como *movimiento parabólico*, que es un caso más general de un cuerpo que se lanza libremente al campo gravitacional, y se trata de un movimiento *bidimensional*. En este movimiento, se desprecia el efecto de la resistencia del aire; entonces, el único efecto que un proyectil sufre en su movimiento es su *peso*, lo que le produce una aceleración constante igual al valor de la gravedad.

Si la aceleración la definimos como una cantidad vectorial, entonces debería tener componentes en "x" e "y".

Pero para el caso, la única aceleración existente en el movimiento es la de la gravedad; como no existe ningún efecto en el movimiento horizontal del proyectil, la aceleración *no tiene componente en "x"*, y se limita entonces a ser un vector con dirección en el eje "y".



Definición obtenida de "Física Conceptos y Aplicaciones", Tippens, Paúl E. Sexta Edición.^A

Con lo anterior no quiere decir que la componente en "x" de la velocidad sea igual a cero (recordando que la velocidad es un vector).

Al analizar el movimiento en el eje "x", la aceleración es igual a cero, entonces no existe cambio de la velocidad en el tiempo; por lo tanto, en el eje x se da un *movimiento rectilíneo uniforme* (M.R.U.).

Cuando el movimiento del proyectil es completo, es decir, se forma la parábola como se muestra en la figura anterior, el desplazamiento máximo en "x" ($X_{\max}$) se le conoce como el *alcance horizontal del movimiento*. En cambio, en el eje "y", se tiene una *aceleración constante*, igual al valor de la gravedad. Como la aceleración es constante, en el eje y se tiene un movimiento igual a una *caída libre de un cuerpo*.

Cuando el movimiento del proyectil forma la parábola que se muestra en la figura, el desplazamiento máximo en "y" ($Y_{\max}$) se conoce como la *altura máxima del movimiento*.

Si el movimiento es completo (forma la parábola completa), la altura máxima se da justamente en la mitad del tiempo en el que se llega al alcance horizontal; es decir, a la mitad del tiempo del movimiento completo.

La forma más sencilla de resolver problemas que involucran este tipo de movimiento es analizar el movimiento en cada eje, encontrando las componentes de la velocidad en cada eje y sus desplazamientos. Las fórmulas que se utilizan son las mismas deducidas para el M.R.U. y la caída libre.

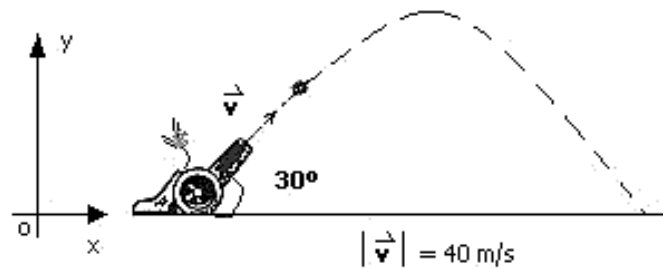
Por ejemplo: se dispara un proyectil de mortero con un ángulo de elevación de 30° y una velocidad inicial de 40 m/s sobre un terreno horizontal. Calcular:

- El tiempo que tarda en llegar a la tierra.
- El alcance horizontal del proyectil.

Se tiene el valor de la magnitud de la velocidad inicial y el ángulo de elevación. A partir de ello, se pueden encontrar las componentes de la velocidad inicial V_{ox} y V_{oy} :

$$V_{ox} = V_o \cos \theta = (40 \text{ m/s}) \cos (30^\circ) = 34.64 \text{ m/s. (Ésta es constante)}$$

$$V_{oy} = V_o \sin \theta = (40 \text{ m/s}) \sin (30^\circ) = 20.0 \text{ m/s.}$$



a) Si analizamos el tiempo en el que el proyectil tarda en llegar a la altura máxima, podemos encontrar el tiempo total del movimiento, debido a que es un movimiento parabólico completo. Suponga que t^0 es el tiempo en llegar a la altura máxima.

En el punto de la altura máxima, $V_{fy} = 0 \text{ m/s}$. El valor de la aceleración de la gravedad, para el marco de referencia en la figura, siempre es negativo (un vector dirigido siempre hacia abajo).

De la ecuación de caída libre:

$$t^0 = \frac{V_{fy} - V_{oy}}{g} = \frac{\left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{\left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 2.04 \text{ s}$$

Como $t^0 = t/2$, donde t es el tiempo total del movimiento: **$t = 2 * (2.04 \text{ s}) = 4.08 \text{ s}$**

b) El tiempo total del movimiento es el mismo tiempo en el que se obtiene el alcance horizontal.

De M.R.U.:

$$V_{ox} = V_x = \frac{d}{t}$$

$$d = X_{\max} = V_x * t = (34.64 \text{ m/s}) * (4.08 \text{ s}) = 141.33 \text{ m}$$

EJERCICIO 03: a continuación, se te presentaran problemas de movimiento de proyectiles. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques. Desarróllalos en hojas aparte y entrega a tu catedrático.

- Una persona arroja una pelota a una velocidad de 25.3 m/s y un ángulo de 42° arriba de la horizontal directa hacia una pared como se muestra en la figura. La pared está a 2.18 m del punto de salida de la pelota.

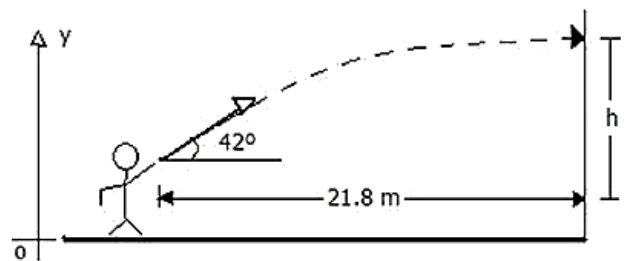


Imagen tomada del portal aulafacil.com con fines educativos.

- ¿Cuánto tiempo estará la pelota en el aire antes de que golpee a la pared?
 - ¿A qué distancia arriba del punto de salida golpea la pelota a la pared?
 - ¿Cuáles son las componentes horizontales y verticales de su velocidad cuando golpea a la pared?
 - ¿Ha pasado el punto más elevado de su trayectoria cuando la golpea?
- Una pelota es lanzada desde un edificio con una $V_o = 32 \text{ m/s}$ y tarda 1 minuto con 15 segundos en llegar a la superficie de la tierra.
 - Realiza un diagrama de cuerpo libre del problema.
 - ¿Cuál es la velocidad vertical en 7 segundos?
 - ¿Cuál es la distancia entre el edificio y la pelota en 29 segundos?
 - ¿Cuál es el alcance máximo horizontal?

e) ¿Cuál es el alcance máximo vertical?

3. Un joven parado en un plano horizontal a 3 m de una pared, chutó una pelota, con una velocidad de 10 m/s, de tal modo que su dirección forma, con la horizontal, un ángulo de 45° .

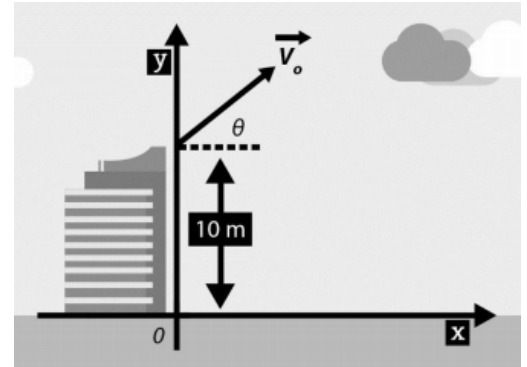
Calcula:

- Realiza un diagrama de cuerpo libre del problema.
- ¿Cuál es la Velocidad horizontal y vertical?
- ¿A qué altura llegó la pelota en el instante que choca contra la pared?
- ¿Cuál es la altura máxima?
- ¿Cuál es el alcance máximo?

4. Desde un edificio de 10.0 [m] de altura se lanza un proyectil, con una velocidad inicial de 5.0 [m/s] formando un ángulo de 30° con la horizontal.

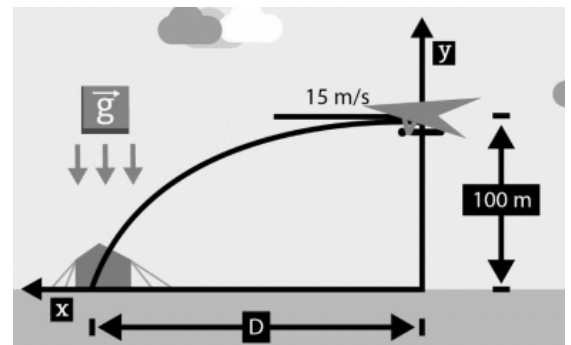
Determine:

- Las componentes tres ortogonales de la velocidad inicial.
- El tiempo de vuelo del proyectil.
- La velocidad justo antes de tocar el piso.
- La altura máxima alcanzada por el proyectil e) El alcance del proyectil.



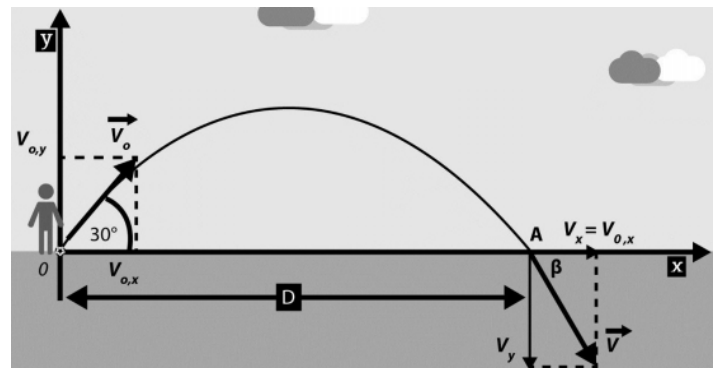
5. Un piloto en alas delta vuela a 15,0 [m/s] en dirección paralela al suelo y a una altura de 100 [m]. Su misión es dejar caer una caja de provisiones en un campamento de scouts.

¿A qué distancia del campamento debe soltar la caja para que cumpla su misión? ¿Qué suposición se ha hecho para resolver esta situación?



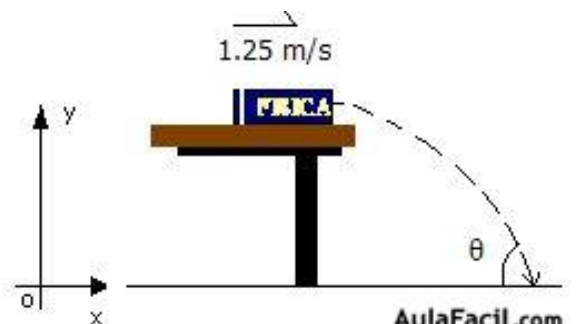
6. En un "tiro libre", la pelota sale del botín del jugador con una rapidez inicial de 100,0 [m/s] y forma un ángulo (ángulo de tiro) de $30,0^\circ$ con la horizontal. Determine:

- La distancia entre el punto de lanzamiento 0 y el punto de regreso a tierra A
- La magnitud de la velocidad de la pelota cuando regresa a tierra y el ángulo que forma con el semieje +x.



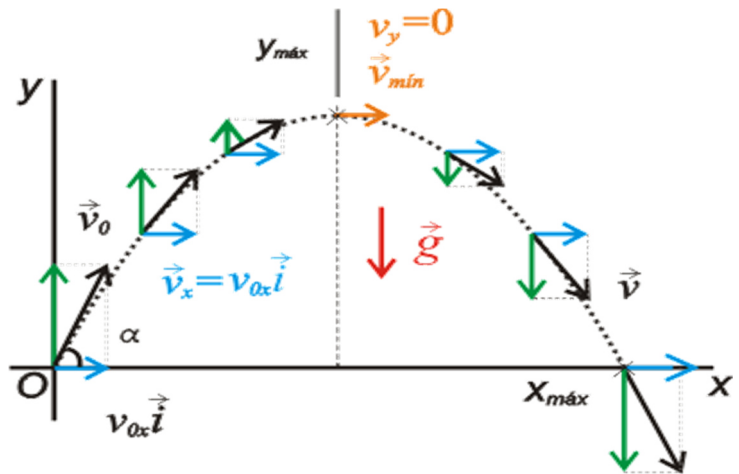
7. Un libro que se desliza sobre una mesa a 1.25 m/s cae al piso en 0.4 s. Ignore la resistencia del aire. Calcule:

- La altura de la mesa.
- La distancia horizontal desde el borde de la mesa a la que cae el libro.
- Las componentes vertical y horizontal de la velocidad final.
- La magnitud y dirección de la velocidad justo antes de tocar el suelo.



8. Una persona lanza oblicuamente una pelota con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = 10 \text{ m/s}$ y un ángulo de lanzamiento $\theta = 60^\circ$. Suponga que $g = 10 \text{ m/s}^2$, desprecie la resistencia del aire y considere el momento del lanzamiento como el origen del conteo del tiempo ($t=0$).

- En el instante $t = 0,50 \text{ s}$, ¿cuál es el valor de la velocidad de la pelota?
- ¿Cuál es la posición de la pelota en el instante $t = 0,50 \text{ s}$?
- Determine los valores de las componentes $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$ de la velocidad de la pelota en el instante $t = 1,22 \text{ s}$.
- Determine la posición de la pelota en el instante $t = 1,22 \text{ s}$

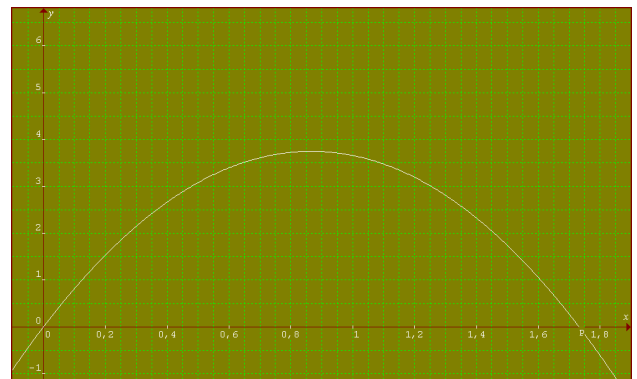


9. Considerando la pelota del inciso 8:

- Calcule el instante en que la pelota llega al punto más alto de su trayectoria.
- ¿Cuál es el valor de la altura máxima H que alcanza la pelota?

10. Supón que un proyectil haya sido lanzado con una velocidad inicial $\vec{v}_0$ y con ángulo de elevación θ . Considera un punto P situado en el mismo nivel horizontal del punto O de lanzamiento. La distancia OP (observa la figura) se denomina *alcance del proyectil*.

- ¿Cuánto tiempo transcurre, desde el instante del lanzamiento hasta que el proyectil llega al punto P?
- Obtenga una expresión que permita calcular el valor del alcance del proyectil.
- Por la expresión obtenida en la pregunta anterior vemos que, para un mismo valor de la velocidad inicial v_0 , es posible obtener diferentes valores del alcance, variando solamente el ángulo de elevación θ , visto en la actividad del laboratorio de computación.



¿Para qué valor del ángulo de elevación el alcance será máximo?

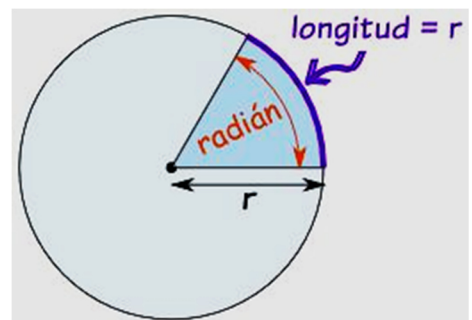
MOVIMIENTO CIRCULAR

Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes. Es un movimiento en el cual la velocidad no cambia, pues solo hay un cambio en la dirección.

El radián: si tenemos un ángulo cualquiera y queremos saber cuánto mide, tomamos un transportador y lo medimos. Esto nos da el ángulo medido en grados. Este método viene de dividir la circunferencia en 360° , y se denomina sexagesimal. (Para usar la calculadora en grados hay que programarla en **DEG**, Degrees, que quiere decir grados en inglés).

El sistema de grados sexagesimales es **una** manera de medir ángulos, pero hay otros métodos, y uno de ellos es usando radianes. Ahora veamos el asunto de medir los ángulos, pero en **radianes**.

Para medir un ángulo en radianes se mide el largo del arco (s) abarcado por el ángulo θ de la figura a la izquierda. Esto se puede hacer con un centímetro, con un hilo o con lo que sea. También se mide el radio del círculo.



Para obtener el valor del ángulo (θ) en radianes usamos la fórmula: $\theta_{(\text{rad})} = \frac{\text{arco}}{\text{radio}}$

Tenemos el ángulo medido en radianes.

Hacer la división del arco sobre radio significa ver cuántas veces entra el radio en el arco. Como el radio y el arco deben medirse en la misma unidad, el radián resulta ser un número sin unidades.

Esto significa que el valor del ángulo en radianes solo me indica cuántas veces entra el radio en el arco. Por ejemplo, si el ángulo θ mide 3 radianes, eso significa que el radio entra 3 veces en el arco abarcado por ese ángulo.

Su quisiéramos calcular o conocer al valor del arco, hacemos: **arco** = $\theta_{(\text{rad})} \cdot \text{radio}$

Pero el valor de un ángulo en radianes se puede expresar (convertir) en grados. En una **circunferencia** entera (360°) el arco entero es el **perímetro**, que es igual a 2π por radio $2\pi r$. Así, a partir de la fórmula:

$$\theta_{(\text{rad})} = \frac{\text{arco}}{\text{radio}}$$

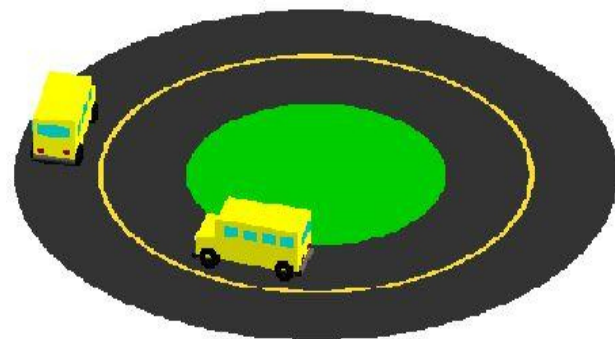
Es que 360° equivalen a:

$$360^\circ = \frac{2\pi \cdot r}{r} = 2\pi \text{ rad} \quad \Rightarrow 1\text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360^\circ}{2(3,14)} = \frac{360^\circ}{6,28} = 57,3^\circ$$

Un ángulo de un radián equivale a un ángulo de $57,3^\circ$. Para usar la calculadora en radianes hay que ponerla en "**RAD**".

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Cuando una partícula se mueve en una trayectoria circular con **rapidez constante**, tiene un movimiento circular uniforme M.C.U.* En este movimiento, no existe una componente de la aceleración que sea *paralela* a la trayectoria, de lo contrario, la rapidez cambiaría. Un vehículo recorriendo un redondel con rapidez constante es un ejemplo de M.C.U.



Dos autobuses recorriendo un redondel con rapidez constante es un ejemplo de M.C.U.

AulaFacil.com

La aceleración es perpendicular (normal) a la trayectoria. Como la trayectoria es un círculo, la aceleración está dirigida siempre hacia el centro de éste, por lo que comúnmente recibe el nombre de **aceleración centrípeta**.

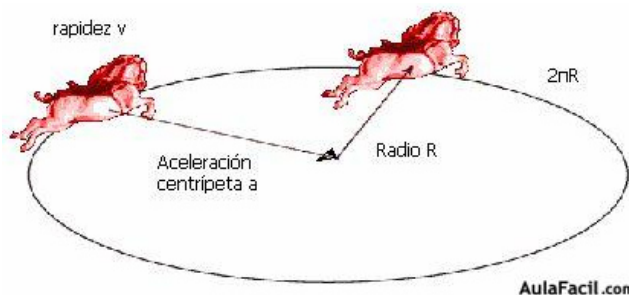
La velocidad de la partícula en este movimiento siempre es constante en su magnitud: la rapidez; pero su dirección y sentido, como vector, cambia, debido a que la *velocidad siempre es tangente a la trayectoria*.

La rapidez de la partícula, la aceleración centrípeta

y el radio del círculo se relacionan mediante la ecuación:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

donde a es la magnitud de la aceleración centrípeta, v es la rapidez de la partícula y R el radio del círculo.



AulaFacil.com

También podemos expresar la magnitud de la aceleración centrípeta en términos del período T del movimiento, el tiempo de una revolución (una vuelta completa al círculo) *.

La distancia recorrida en una vuelta al círculo es igual al perímetro de éste. Si el perímetro es $2\pi R$, entonces:

$$V = \frac{2\pi R}{T} \text{ y sustituyendo: } a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

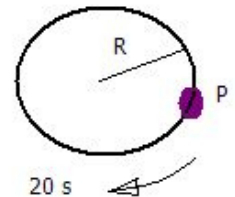
**Definiciones obtenidas de "Física Universitaria", Sears - Zemansky, Young - Freedman, Volumen 1, novena edición.*

Ejemplo. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, un electrón gira alrededor de un protón en una órbita circular de $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ de radio con una rapidez constante de $2.18 \times 10^6 \text{ m/s}$. ¿Cuál es la aceleración del electrón en este modelo del átomo de Bohr?

Se tiene el valor del radio y de la rapidez de la partícula y además la rapidez es constante. Con la relación de M.C.U. se puede encontrar la aceleración:

$$a = \frac{V^2}{R} = \frac{(2.18 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})} = 8.98 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$$

Ejemplo. Una partícula P viaja a velocidad constante en un círculo de 3 m de radio y completa una revolución en 20 s (véase la figura).



- a) Encuentre el valor de la aceleración.
- b) La rapidez con la que viaja.

Los datos dados son el período T y la velocidad de la partícula, con ellos, se puede obtener la aceleración:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 (3\text{m})}{(20\text{s})^2} = 0.29 \text{ m/s}^2$$

La rapidez se encuentra mediante la relación de la aceleración y el radio:

$$a = \frac{v^2}{R}; \quad V = \sqrt{a * R} = \sqrt{0.29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 3\text{m}} = 0.93 \text{ m/s}$$

Ejemplo. Un astronauta está girando en una centrífuga de 5.2 m de radio.

- a) ¿Cuál es su velocidad si la aceleración es de 6.8 g?;
- b) ¿Cuántas revoluciones por minuto se requieren para producir esa aceleración?

Se sabe que el valor de g es el de la aceleración de la gravedad (9.8 m/s^2). Entonces:

$$V = \sqrt{a * R} = \sqrt{(6.8 * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) * 5.2\text{m}} = 18.61 \text{ m/s}$$

El período T se encuentra:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{a}} = 2\pi \sqrt{\frac{5.2 \text{ m}}{(6.8 * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}} = 1.75\text{s}$$

Por definición: 1 revolución se da en 1.75 s, entonces:

$$\frac{1 \text{ revolución}}{1.75\text{s}} \times \frac{60\text{s}}{1 \text{ min}} = 34.28 = \frac{\text{revoluciones}}{\text{min}} = 34.28 \text{ r.p.m}$$

En el movimiento circular general, al inverso del período se le conoce como frecuencia.

$$f = \frac{1}{T}$$

...donde f es la frecuencia (número de vueltas por unidad de tiempo) y sus unidades son 1/s.

EJERCICIO 04: a continuación, se te presentaran problemas de movimiento circular. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques. Desarróllalos en hojas aparte y entrega a tu catedrático.

1. La rueda de una bicicleta tiene un diámetro de 66cm y da 40 revoluciones en 1 min.

Calcula:

- a) ¿Cuál es su velocidad angular?
- b) ¿Qué distancia se desplazará la rueda?

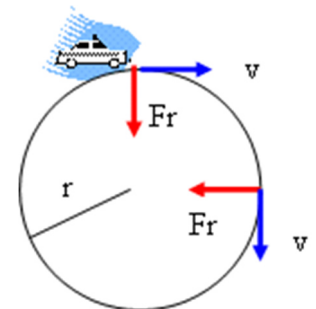
2. Un volante aumenta su velocidad de rotación de 37.7 rad/s a 75.4 rad/s en 8 s ¿Cuál es su aceleración angular?
3. Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s².

Calcula:

- a) ¿Cuál será su desplazamiento angular en 3s?
- b) ¿Cuál es su velocidad angular final?
- c) ¿Cuál será su aceleración tangencial, si la rueda tiene un radio de 0.05m?

4. Un carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular (una distancia de 200 metros) en 25s.

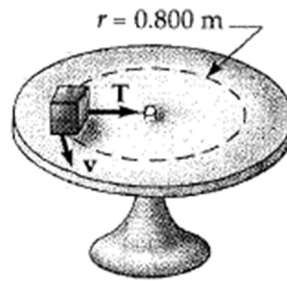
- a) ¿Cuál es la rapidez promedio?
- b) Si la masa del auto es de 1,5 kg. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un círculo?



5. En un ciclotrón (un tipo acelerador de partículas), un deuterón (de masa atómica 2u) alcanza una velocidad final de 10 % de la velocidad de la luz, mientras se mueve en una trayectoria circular de 0,48 metros de radio. El deuterón se mantiene en la trayectoria circular por medio de una fuerza magnética. ¿Qué magnitud de la fuerza se requiere?
6. Una patinadora de hielo de 55 kg se mueve a 4 m/s. Cuando agarra el extremo suelto de una cuerda, el extremo opuesto está amarrado a un poste. Después se mueve en un círculo de 0,8 m de radio alrededor del poste.
 - a) Determine la fuerza ejercida por la cuerda sobre sus brazos.
 - b) Compare esta fuerza con su peso.
7. Una cuerda ligera puede soportar una carga estacionaria colgada de 25 kg. Antes de romperse. Una masa de 3 kg unida a la cuerda gira en una mesa horizontal sin fricción en un círculo de 0,8 metros de radio. ¿Cuál es el rango de rapidez que puede adquirir la masa antes de romper la cuerda?

La cuerda se rompe cuando se le cuelgue una masa de 25 kg. Entonces podemos calcular la máxima tensión que soporta la cuerda antes de romperse. **$T_{MAXIMA} = m \cdot g = 25 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 245 \text{ Newton}$** .

Con la tensión máxima que soporta la cuerda antes de romperse, se calcula la máxima velocidad que puede girar la masa de 3 kg antes de romper la cuerda.



$$T_{\text{MAXIMA}} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

8. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la rapidez del electrón es aproximadamente $2,2 \times 10^6$ m/seg.

Encuentre:

- La fuerza que actúa sobre el electrón cuando este gira en una órbita circular de $0,53 \times 10^{-10}$ metros de radio.
- La aceleración centrípeta del electrón.

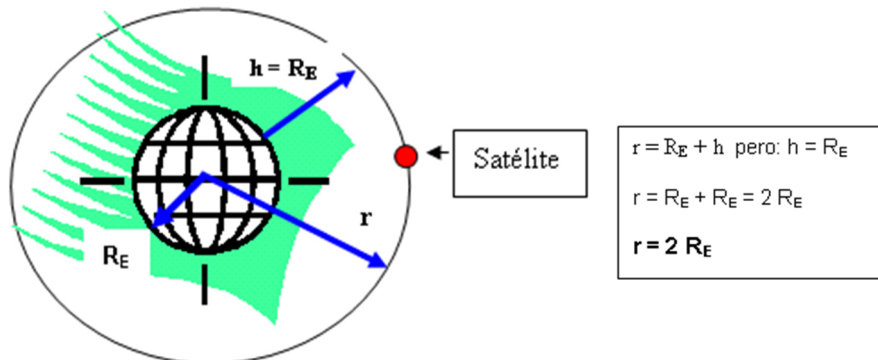
9. Un satélite de 300kg de masa se encuentra en una órbita circular alrededor de la tierra a una altitud igual al radio medio de la tierra. Encuentre:

- La rapidez orbital del satélite
- El periodo de su revolución
- ¿La fuerza gravitacional que actúa sobre él?

Datos:

R_E = radio de la tierra = $6,37 \times 10^6$ metros.

h = La distancia entre el satélite y la superficie de la tierra, en este problema es igual a R_E .



10. Mientras dos astronautas del Apolo estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta daba vueltas a su alrededor. Suponga que la órbita es circular y se encuentra a 100 km sobre la superficie de la luna. Si la masa y el radio de la luna son $7,4 \times 10^{22}$ kg $1,7 \times 10^6$ m; respectivamente, determine:

- La aceleración del astronauta en órbita.
- Su rapidez orbital.
- El periodo de la órbita.

Datos:

R_E = radio de la luna = $1,7 \times 10^6$ metros.

h = La distancia entre el satélite y la superficie de la tierra.

$H = 100$ km = $0,1 \times 10^6$ m

$r = R_E + h = 1,7 \times 10^6$ m + $0,1 \times 10^6$ m

$r = 1,8 \times 10^6$ m

INFORMACIÓN (INCLUIDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:**Sitios web:**

1. <http://www.areaciencias.com/fisica/caida-libre-ejercicios-resueltos.html>
2. https://www.fisicanet.com.ar/fisica/cinematica/tp14_caida_libre.php
3. https://www.fisicanet.com.ar/fisica/cinematica/ap05_caida_libre.php
4. https://www.fisicanet.com.ar/fisica/cinematica/tp14_caida_libre.php
5. <http://www.fisimat.com.mx/caida-libre/>
6. <http://profesor10demates.blogspot.com/2013/09/tiro-horizontal-ejercicios-y-problemas.html>
7. <http://www.fisimat.com.mx/tiro-horizontal/>
8. http://accionyreacciondelafisica.blogspot.com/2013/04/lanzamiento-horizontal_2.html
9. http://traful.utem.cl/portal/doc/capsulas-de-aprendizaje/TF-10-05-002-15-013/assets/material_descargable/ej_res_lanz_proyect_ii.pdf
10. <http://www.aulafacil.com/cursos/l10328/ciencia/fisica/fisica-general-ii/problemas-de-aplicacion-de-movimiento-de-proyectiles-ii>
ww2.educarchile.cl/.../68584_GUIA%20DE%20EJERCICIOS%20RESUELTOS%20...
11. <http://www.aulafacil.com/cursos/l10330/ciencia/fisica/fisica-general-ii/movimiento-circular-uniforme>
12. <http://www.aulafacil.com/cursos/l10331/ciencia/fisica/fisica-general-ii/problemas-de-aplicacion-de-movimiento-circular-uniforme>
13. <http://www.monografias.com/trabajos38/movimiento-circular/movimiento-circular2.shtml>
14. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Chemical/atom.html>
15. <https://www.ptable.com/?lang=es#Writeup/Wikipedia>
16. http://newton.cnice.mec.es/newton2/Newton_pre/3eso/el_atomo/zya.htm?4&0
17. http://newton.cnice.mec.es/newton2/Newton_pre/3eso/el_atomo/iones.htm?4&1
18. http://newton.cnice.mec.es/newton2/Newton_pre/3eso/el_atomo/isotopos.htm?5&0
19. <https://es.khanacademy.org/science/biology/chemistry--of-life/elements-and-atoms/a/atomic-number-atomic-mass-and-isotopes-article>
20. <https://es.khanacademy.org/science/biology/chemistry--of-life/elements-and-atoms/a/atomic-number-atomic-mass-and-isotopes-article>
21. <https://www.educ.ar/recursos/14504/fisica-cuantica-niveles-de-energia-de-los-electrones>
22. <http://www.cam.educaciondigital.net/fisica/ejemplos/ejemplos.htm>
23. <https://es.scribd.com/document/166583791/Problemas-Resueltos-de-Velocidad-y-Rapidez>
24. http://www.physicstutorials.org/pt/es/6-La_rapidez_y_la_velocidad
25. www.colegiosagradorazon.org/.../EJERCICIOS%20DE%20QUÍMICA.doc
26. https://www.fisicanet.com.ar/fisica/cinematica/tp02_mru.php
27. <http://claretmatematica.weebly.com/repasando-fisica-1deg---problemas-resueltos-mruv.html>
28. <http://matemovil.com/wp-content/uploads/2015/03/MRUV-Problemas-propuestos-PDF.pdf>