CBS

Colegio Bautista Shalom

Matemáticas 3
Tercero Básico
Cuarto Bimestre

Contenidos

BASES NUMERCICAS

- ✓ SISTEMA BINARIO.
  - NÚMEROS BINARIOS.
  - DECIMAL A BINARIO.
  - CONVERTIR BINARIO A DECIMAL.
  - OPERACIONES BINARIAS.
- ✓ SISTEMA DE NUMERACIÓN TERNARIO.
  - CONVERSIÓN ENTRE EL SISTEMA TERNARIO Y EL SISTEMA DECIMAL A TERNARIO.
  - TERNARIO A DECIMAL.
- ✓ SISTEMA DE NUMERACIÓN OCTAL.
  - CAMBIO DE BASE DECIMAL/OCTAL.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

- ✓ EXPONENTE POSITIVO.
- ✓ EXPONENTE NEGATIVO.
- ✓ MULTIPLICAR/DIVIDIR POR 10.
- ✓ DIVIDIR ENTRE 10.
- ✓ MULTIPLICAR POR UNA POTENCIA DE 10 CON EXPONENTE POSITIVO.
- ✓ MULTIPLICAR POR UNA POTENCIA DE 10 CON EXPONENTE NEGATIVO.
- ✓ CAMBIANDO DE FORMA DECIMAL A NOTACIÓN CIENTÍFICA.
- ✓ CAMBIANDO DE NOTACIÓN CIENTÍFICA A FORMA DECIMAL.
- ✓ MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO NÚMEROS EXPRESADOS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA.

NOTA: conforme vayas avanzando en el aprendizaje de cada uno de los temas desarrollados encontrarás ejercicios a resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

BASES NUMERCICAS

El sistema numérico que utilizamos actualmente es el Sistema de Numeración Decimal. Está formado por diez símbolos llamados dígitos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9**. Con estos dígitos, que se pueden combinar, se representan todos los números, los cuales sirven para contar y ordenar.

Por ejemplo ¿qué significa la representación del número 1.998?

Dicho número significa o representa 1 millar (1.000), más 9 centenas (900), más 9 decenas (90), más 8 unidades (8). En este punto, para aclarar los conceptos, es conveniente recordar la siguiente definición:

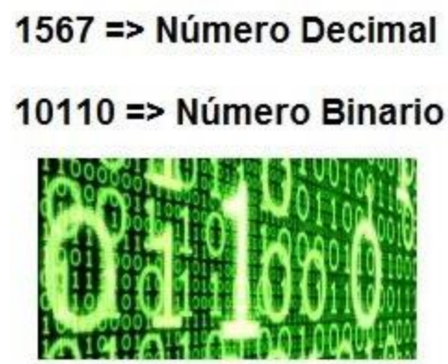
> **Sistema Numérico:** se llama sistema numérico al conjunto ordenado de símbolos o dígitos y a las reglas con que se combinan para representar cantidades numéricas.

SISTEMA BINARIO

Vamos a estudiar el sistema binario de forma sencilla y fácil de entender.

Como hemos mencionado…

Actualmente la mayoría de las personas utilizamos el sistema decimal (de 10 dígitos) para realizar operaciones matemáticas. Este sistema se basa en la combinación de 10 dígitos (del 0 al 9). Construimos números con 10 dígitos y por eso decimos que su base es 10. Por ejemplo, el 23, el 234, 1093 etc. Todos son dígitos del 0 al 9.



Pero hay otro sistema o lenguaje muy utilizado que es el **sistema binario de numeración**, que, en algunos casos, como por ejemplo en informática, se puede llamar **Lenguaje Binario**, debido a que es el lenguaje que usamos para entendernos con el ordenador. Luego también hablaremos del Lenguaje Binario.

¿Qué es el Sistema Binario?

El sistema binario es un sistema de numeración en el que **los números se representan utilizando las cifras 0 y 1**, es decir **solo 2 dígitos (bi = dos).** Esto en informática y en electrónica tiene mucha importancia ya que las computadoras trabajan internamente con **2 niveles**: hay o no hay de Tensión, hay o no hay corriente, pulsado o sin pulsar, etc.

Esto provoca que su sistema de numeración natural sea el binario, por ejemplo 1 para encendido y 0 para apagado. También se utiliza en electrónica y en electricidad (encendido o apagado, activado o desactivado, etc.).

El **lenguaje binario** es muy utilizado en el mundo de la tecnología.

NÚMEROS BINARIOS

El sistema binario se basa en la representación de cantidades utilizando los números 1 y 0. Por tanto su base es 2 (número de dígitos del sistema). Cada dígito o número en este sistema se denomina **bit** (contracción de **binary digit**).

Por ejemplo el número en binario 1001 es un número binario de 4 bits. Recuerda **"cualquier número binario solo puede tener ceros y unos"**.

Los **Números Binarios** empezarían por **el 0** (número binario **más pequeño**) después el 1 y ahora tendríamos que pasar al siguiente número, que ya sería de dos cifras porque no hay más números binarios de una sola cifra.

El siguiente número binario, por lo tanto, sería combinar el 1 con el 0, es decir el 10 (ya que el 0 con el 1, sería el 01 y no valdría porque sería igual que el 1), el siguiente sería el número el 11. Ahora ya hemos hecho todas las combinaciones posibles de números binarios de 2 cifras, ya no hay más, entonces pasamos a construir los de 3 cifras. El siguiente sería el 100, luego el 101, el 110 y el 111. Ahora de 4 cifras...

Según el orden ascendente de los números en decimal tendríamos los **números binarios equivalentes a sus números en decimal**:

- El 0 en decimal sería el 0 en binario.
- El 1 en decimal sería el 1 en binario.
- El 2 en decimal sería el 10 en binario (recuerda solo combinaciones de 1 y 0).
- El 3 en decimal sería el 11 en binario.

El 4 en decimal sería el 100 en binario... Mejor mira la siguiente tabla:

Decimal	Binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Y así sucesivamente obtendríamos todos los números en orden ascendente de su valor, es decir obtendríamos el **Sistema de Numeración Binario** y su número equivalente en decimal.

Pero qué pasaría si quisieras conocer el número equivalente en binario al 23.456 en decimal. Ten calma, existe un método para convertir un número decimal en binario sin hacerlo uno a uno.

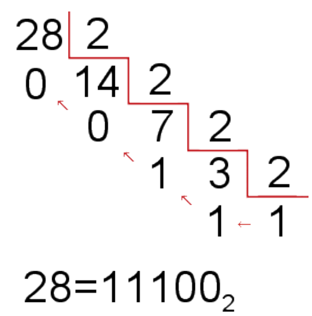
DECIMAL A BINARIO

Para hacer la conversión de decimal a binario, hay que ir dividiendo el número decimal entre dos y anotar en una columna a la derecha el resto (un 0 si el resultado de la división es par y un 1 si es impar).

Para sacar la cifra en binario cogeremos el último cociente (siempre será 1) y todos los restos de las divisiones de abajo arriba, orden ascendente.

Ejemplo. Queremos convertir el número 28 a binario:

28 dividimos entre 2 : Resto 0.
14 dividimos entre 2 : Resto 0.
7 dividimos entre 2 : Resto 1.
3 dividimos entre 2 : Resto 1 y cociente final 1.



Entonces el primer número del número equivalente en binario sería **el cociente último que es 1 y su resto que es también 1**, la tercera cifra del equivalente sería el resto de la división anterior que es 1, el de la anterior que es 0 y el último número que cogeríamos sería el resto de la primera división que es 0.

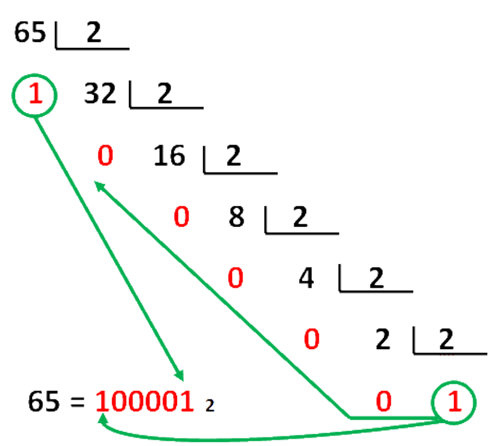
Con todos estos números, el número binario quedaría: 11100.

Conclusión: el número 28 es equivalente en binario al 11.100.

Vemos como para sacar el equivalente se coge el último cociente de las operaciones y los restos que han salido en orden ascendente (de abajo arriba) 11100.

El subíndice 2 que hemos puesto al final del número en binario, es para indicar que es un número en base 2, pero no es necesario ponerlo.

Veamos **otro ejemplo** el número 65 pasarlo a binario.



CONVERTIR BINARIO A DECIMAL

Pues ahora al revés. ¿Qué pasaría si quisiera saber cuál es el número equivalente en decimal del número binario por ejemplo 1001? Pues también hay método.

PASO 1. Numeramos los bits de derecha a izquierda comenzando desde el 0 (muy importante desde 0 no desde 1).

PASO 2. Ese número asignado a cada bit o cifra binaria será el exponente que le corresponde.

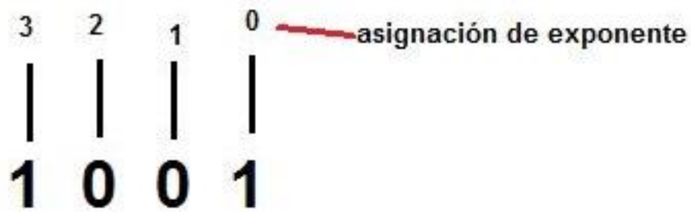
PASO 3. Cada número se multiplica por 2 elevado al exponente que le corresponde asignado anteriormente.

PASO 4. Se suman todos los productos y el resultado será el número equivalente en decimal.

Vamos a verlo paso a paso con un ejemplo y gráficamente que será más sencillo de entender.

Ejemplo:

El número 1001 queremos saber su equivalente en decimal. Primero asignamos exponentes:



Empezamos por el primer producto, que será el del primer número binario por 2 elevado a su exponente, es decir: 1×2^3.

Nota.

Recuerda que cualquier número elevado a cero es 1, por ejemplo 2 elevado a 0 es = 1.

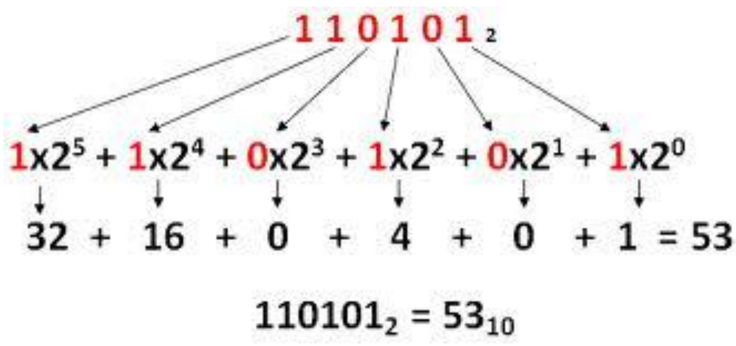
El segundo y el tercer producto serán 0 por que 0×2^2 y 0×2^1 su resultado es 0 y el último producto será 1×2^0 que será 1, luego 1×2^0 es 1 (no confundir y poner 0).

Ya estamos en el último paso que es sumar el resultado de todos estos productos:

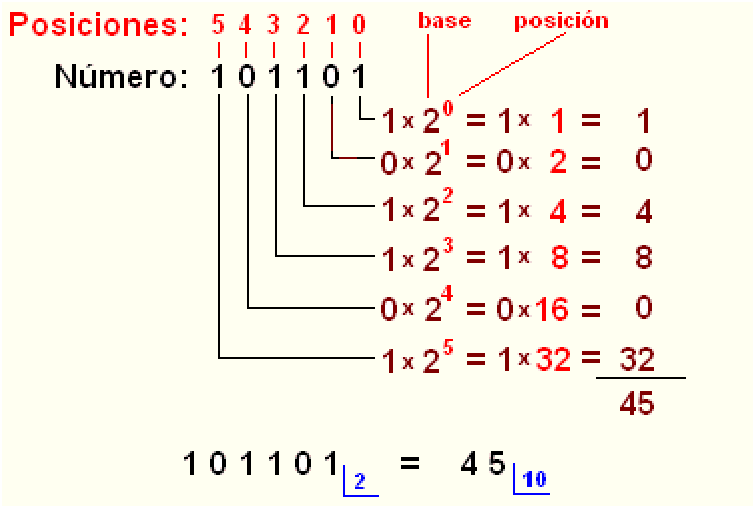
$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 0 + 0 + 1 = 9$$

El equivalente en decimal del número binario 1001 es el 9.

Veamos otro ejemplo solo gráficamente para que lo entiendas definitivamente. En este caso la asignación del exponente a cada número ya lo hacemos directamente en los productos, que es como se suele hacer normalmente.



Otro ejemplo con todos los datos:



OPERACIONES BINARIAS

Las operaciones binarias que se pueden realizar con número binarios son las mismas que en cualquier otro sistema: suma, resta, multiplicación y división. Veamos algunos Ejemplos de Operaciones Binarias.

Suma de Números Binarios. Las posibles combinaciones al sumar dos bits son:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10

Un ejemplo con más cifras:

  100110101
+ 11010101
———————
1000001010

Operamos como en el sistema decimal: comenzamos a sumar desde la derecha, en nuestro ejemplo, 1 + 1 = 10, entonces escribimos 0 en la fila del resultado y nos llevamos 1 (este "1" se llama arrastre).

A continuación, se suman los números de la siguiente columna: 0 + 0 = 0, pero como nos tenemos que sumar el 1 de la anterior suma, el resultado será 0 + 1 = 1.

Así seguimos hasta terminar todas las columnas (exactamente como en decimal).

Resta de Números Binarios. Las restas básicas 0-0, 1-0 y 1-1 son evidentes:

0 - 0 = 0
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0
0 - 1 = Es una resta imposible **en binario** porque **no hay números negativos**.

La resta 0 - 1 se resuelve, igual que en el sistema decimal, tomando una unidad prestada de la posición siguiente: 10 - 1 = 1 y me llevo 1, lo que equivale a decir en decimal, 2 - 1 = 1. Esa unidad prestada debe devolverse, sumándola, a la posición siguiente.

Veamos algunos ejemplos:

Dos ejemplos más:

```
   10001       11011001
  -01010     -10101011
———————   ————————
   00111       00101110
```

Multiplicación de Números Binarios

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Por ejemplo, multipliquemos 10110 por 1001:

```
     10110
     x 1001
  ————————
     10110
    00000
   00000
  10110
——————————
  11000110
```

División de Números Binarios. Igual que en el producto, la división es muy fácil de realizar, porque no son posibles en el cociente otras cifras que no sean UNOS y CEROS.

```
101010  | 110
        |_______
-110      111
 1001
  -110
   0110
     110
     000
```

Se intenta dividir el dividendo por el divisor, empezando por tomar en ambos el mismo número de cifras (100 entre 110, en el ejemplo). Si no puede dividirse, se intenta la división tomando un dígito más (1001 entre 100).
Si la división es posible, entonces, el divisor sólo podrá estar contenido una vez en el dividendo, es decir, la primera cifra del cociente es un UNO. En ese caso, el resultado de multiplicar el divisor por 1 es el propio divisor.

Restamos las cifras del dividendo del divisor y bajamos la cifra siguiente.

El procedimiento de división continúa del mismo modo que en el sistema decimal.

EJERCICIO 01. Convertir los siguientes números binarios a sus equivalentes decimales:

a. 001100
b. 000011
c. 011100
d. 111100
e. 101010
f. 111111
g. 100001
h. 111000
i. 11110001111
j. 11100,011
k. 110011,10011
l. 1010101010,1

EJERCICIO 02. Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes binarios:

a. 64	f. 500
b. 100	g. 34,75
c. 111	h. 25,25
d. 145	i. 27,1875
e. 255	j. 23,1

SISTEMA DE NUMERACIÓN TERNARIO

El sistema ternario es el nombre que se le da a la base 3 constantes. Para representar cualquier número en el sistema ternario, se utilizan los dígitos del 0, 1, 2.

CONVERSIÓN ENTRE EL SISTEMA TERNARIO Y EL SISTEMA DECIMAL A TERNARIO

Se divide el número del sistema decimal entre 3, cuyo resultado entero se vuelve a dividir entre 3, y así sucesivamente. Ordenados los restos, del último al primero, éste será el número Ternario que buscamos.

Ejemplo 1. Transformar el número decimal 5431 en Ternario. El método es muy simple:

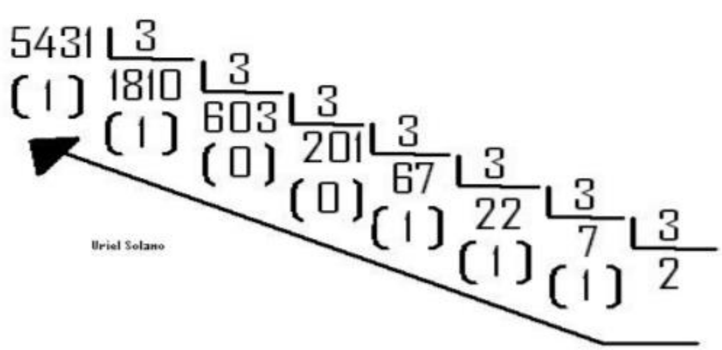
```
5431 dividido entre 3 da 1810  y el resto es igual a 1
1810 dividido entre 3 da  603  y el resto es igual a 1
 603 dividido entre 3 da  201  y el resto es igual a 0
 201 dividido entre 3 da   67  y el resto es igual a 0
  67 dividido entre 3 da   22  y el resto es igual a 1
  22 dividido entre 3 da    7  y el resto es igual a 1
   7 dividido entre 3 da    2  y el resto es igual a 1
   2 dividido entre 3 da    0  y el resto es igual a 2
```

Ordenamos los restos, del último al primero que están de colores:

21110011_3

En sistema Ternario, **5431** se escribe 21110011_3

Ejemplo 2. Transformar el número decimal **5431** en ternario. Este método es el más utilizado para la operación que el anterior:



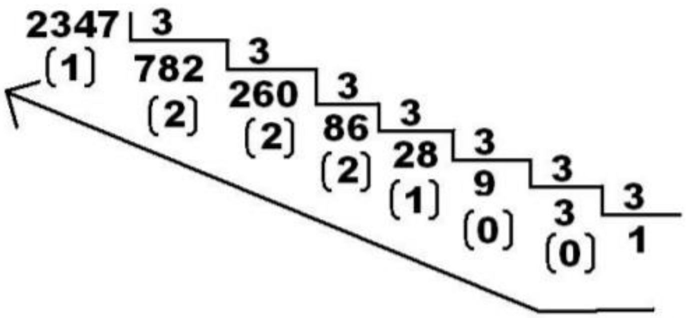
Para este Ejemplo se toman en:

- Primer lugar el cociente, que es 2
- Segundo lugar todos los residuos (restos) de la división.

Nos queda que el Número Decimal **5431**, se escribe en el sistema ternario como 21110011_3
Ejemplo 3:

Transformar el número decimal 2347 en ternario. Este método es el más utilizado para la operación que el anterior:

Para este Ejemplo se toman en:



- Primer lugar el cociente, que es 1
- Segundo lugar todos los residuos (restos) de la división. Nos queda que el Número Decimal 2347, se escribe en el sistema ternario como 10012221_3

TERNARIO A DECIMAL

Para realizar la conversión de Ternario a decimal, realice lo siguiente:

1. Inicie por el lado derecho hasta el izquierdo del número en Ternario, cada cifra multiplíquela por 3 elevado a la potencia consecutiva (comenzando por la potencia 0, es decir; 3^0).
2. Después de realizar cada una de las multiplicaciones, sume todas y el número resultante será el equivalente al sistema decimal.

Recuerda que:

Potencia	3^6	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
Resultado	729	243	81	27	9	3	1

Ejemplo 4. Transformar el número Ternario 120201_3 en Decimal. Los pasos para seguir son: potencia, multiplicación y suma en su orden.

$$\begin{aligned} 120201_3 &= 1\mathbf{x3}^5 + 2\mathbf{x3}^4 + 0\mathbf{x3}^3 + 2\mathbf{x3}^2 + 0\mathbf{x3}^1 + 1\mathbf{x3}^0 \\ &= 1\mathbf{x243} + 2\mathbf{x81} + 0\mathbf{x27} + 2\mathbf{x9} + 0\mathbf{x3} + 1\mathbf{x1} \\ &= 243 + 162 + 0 + 18 + 0 + 1 \\ &= 424 \end{aligned}$$

La Transformación del número Ternario 120201_3, al sistema Decimal (Base 10) es 424.

Ejemplo 5.

Transformar el número Ternario 21010_3 en Decimal. Los pasos para seguir son: potencia, multiplicación y suma en su orden.

$$\begin{aligned} 21010_3 &= 2\mathbf{x3}^4 + 1\mathbf{x3}^3 + 0\mathbf{x3}^2 + 1\mathbf{x3}^1 + 0\mathbf{x3}^0 \\ &= 2\mathbf{x81} + 1\mathbf{x27} + 0\mathbf{x9} + 1\mathbf{x3} + 0\mathbf{x1} \\ &= 162 + 27 + 0 + 1 + 0 \\ &= 190 \end{aligned}$$

La Transformación del número Ternario 21010_3, al sistema Decimal (Base 10) es 190.

EJERCICIO 03. Transformar los siguientes números Ternario a Decimal. Recuerde los pasos a seguir son: Potencia, Multiplicación y suma en su orden.

a. 1122222_3
b. 12200_3
c. 102022_3
d. 1221_3
e. 20120_3

EJERCICIO 04. Transformar los siguientes números Decimal a Ternario. Recuerde los pasos a seguir: Divisiones sucesivas en su orden.

a. 1234
b. 4987
c. 543

SISTEMA DE NUMERACIÓN OCTAL

El sistema octal es un sistema de numeración posicional de **base 8**.

Los **símbolos** que se usan en este sistema son:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Para indicar que un número está escrito en base 8, usamos el subíndice (8, y para indicar que un número está escrito en base 10, usamos el subíndice (10.

Ejemplos:

- $13_{(8} = 11_{(10}$
- $25_{(8} = 21_{(10}$
- $1077_{(8} = 575_{(10}$
- $7_{(8} = 7_{(10}$

Observación. El sistema octal sólo utiliza los dígitos del 0 al 7, con lo que los siguientes números **NO** están bien expresados:

- $80_{(8}$
- $89_{(8}$
- $138_{(8}$

- $12A_{(8}$
- $2129_{(8}$

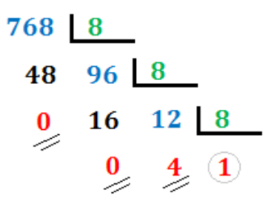
Para pensar:

- ¿Puede haber un sistema posicional cuya base sea el número 1?
- Hay un símbolo (0 en nuestro caso) que expresa la ausencia de unidades en un orden determinado. ¿Puede haber un sistema posicional sin un signo que indique esta ausencia?
- Tenemos un número escrito en base 10. Si queremos pasarlo al sistema octal, ¿puede que necesitemos usar más cifras que en el sistema decimal?

CAMBIO DE BASE DECIMAL/OCTAL

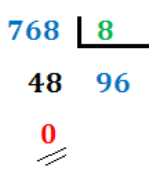
A continuación, explicamos cómo pasar un número del sistema decimal al sistema octal, y viceversa.

Cambio de base 10 a base 8

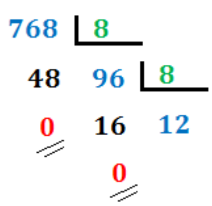


Veamos el **método** para pasar del sistema decimal al sistema octal mediante un ejemplo. Escribiremos el número 768(10768(10 (base 10) en base 8:

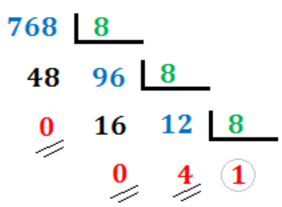
1. **Dividimos el número entre 8:**



2. **Si el cociente es mayor o igual que 8, lo dividimos entre 8.** En nuestro caso, el cociente es 96 (mayor que 8), por lo que lo dividimos de nuevo:



3. **Continuamos así hasta obtener un cociente menor que 8.** En nuestro caso, el cociente es 12 (mayor que 8), así que lo dividimos de nuevo:



El cociente es 1, menor que 8, con lo que hemos terminado el proceso. Hemos indicado los restos con dos rayas y el último cociente con una circunferencia.

4. **El número en base 8 es:**

(Último cociente) (Último resto) (Penúltimo resto) ... (Segundo resto) (Primer resto).

En nuestro caso,

- El último cociente es 1.
- El último resto es 4.
- El penúltimo resto es 0.
- El primer resto es 0.

Por tanto, el número 768 en base octal es 1400. Es decir,

$$\mathbf{1400_{(8} = 768_{(10}}$$

Cambio de base 8 a base 10

$$\mathbf{156_{(8} = 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 110_{(10}}$$

El método que seguiremos para pasar un número en base octal a base decimal es:

1. **De derecha a izquierda:** multiplicamos la primera cifra por 1 (1 es 8^0); la segunda, por 8 (8 es 8^1); la tercera, por 8^2; la cuarta, por 8^3. Y así hasta que hayamos multiplicado todas las cifras.
2. **Sumamos** cada uno de los valores obtenidos.

Ejemplo: pasamos el número 156(8 base 10:

$$6 \cdot 1 = 6$$

$$5 \cdot 8 = 40$$

$$1 \cdot 8^2 = 1 \cdot 64 = 64$$

El número 156(8 en base 10 es:

$$6 + 40 + 64 = 110$$

Nota: podemos escribir directamente:

$$156_{(8} = 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 8^0 = 110_{(10}$$

EJERCICIO 05. Cambio de base 10 a base 8. Escribir en base 8 los siguientes números escritos en el sistema decimal (es decir, en base 10):

a) $49_{(10}$
b) $9_{(10}$
c) $3_{(10}$
d) $161_{(10}$
e) $97_{(10}$
f) $193_{(10}$
g) $737_{(10}$
h) $1234_{(10}$
i) $4321_{(10}$
j) $0_{(10}$

EJERCICIO 06. Cambio de base 8 a base 10. Escribir en base 10 los siguientes números escritos en el sistema octal (es decir, en base 8):

a) $37_{(8}$ f) $267_{(8}$

b) $54_{(8}$ g) $344_{(8}$

c) $104_{(8}$ h) $1200_{(8}$

d) $401_{(8}$ i) $56754_{(8}$

e) $156_{(8}$ j) $100011_{(8}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica nos permite escribir números muy grandes o pequeños de forma abreviada. Esta notación consiste simplemente en multiplicar por una **potencia de base 10** con exponente positivo o negativo.

Ejemplo: el número 0,00000123 puede escribirse en notación científica como:

$$\mathbf{123 \cdot 10^{-8}}$$
$$\mathbf{1,23 \cdot 10^{-6}}$$
$$\mathbf{12,3 \cdot 10^{-7}}$$

Evitamos escribir los ceros decimales del número, lo que facilita tanto la lectura como la escritura de este, reduciendo la probabilidad de cometer erratas.

Obsérvese que **existen múltiples posibilidades** de expresar el mismo número, todas ellas igualmente válidas. En esta página veremos cómo escribir números naturales y decimales en notación científica y viceversa.

Potencias de 10:

Recordatorio del significado y valor de las potencias de base 10 con exponente positivo y con exponente negativo.

$$10^n = ?$$

EXPONENTE POSITIVO

Si n es positivo, la potencia de base 10 con exponente n, es decir, $\mathbf{10^n}$, es el número formado por la cifra 1 seguida de n ceros.

Ejemplo:

$$\mathbf{10^1 = 10}$$
$$\mathbf{10^2 = 100}$$
$$\mathbf{10^3 = 1000}$$
$$\mathbf{10^7 = 10000000}$$

El exponente indica el número de 0's.

EXPONENTE NEGATIVO

La potencia de base 10 con exponente negativo $-n$, es decir, $\mathbf{10^{-n}}$, es el número decimal 0,00...01 siendo n el número total de ceros.

Ejemplo:

$$\mathbf{10^{-1} = 0,1}$$
$$\mathbf{10^{-2} = 0,01}$$
$$\mathbf{10^{-3} = 0,001}$$
$$\mathbf{10^{-7} = 0,0000001}$$

El exponente indica el número de 0's, contabilizando también el cero situado a la izquierda de la coma.

MULTIPLICAR/DIVIDIR POR 10

La notación científica consiste precisamente en multiplicar por una potencia de 10. En esta sección explicamos el resultado de multiplicar o dividir un número por 10 para comprender el resultado de multiplicar por una potencia de 10.

Multiplicar por 10

Al **multiplicar** un número por 10, su coma decimal se desplaza una posición hacia la derecha (si no tiene coma, se escribe un 0 a la derecha de la última cifra).

Ejemplo:

$$\mathbf{12,5 \cdot 10 = 125,0 =}$$
$$\mathbf{= 125}$$
$$\mathbf{123 \cdot 10 = 1230}$$

Al multiplicar el número **decimal** 12,5 por 10, la coma se desplaza una posición hacia la derecha. Como detrás de la coma sólo hay ceros, podemos omitirla.

Al multiplicar el número **natural** (no decimal) 123 por 10, tenemos que añadirle un 0 a la derecha.

DIVIDIR ENTRE 10

Al **dividir** un número entre 10, su coma decimal se desplaza una posición hacia la izquierda (si no tiene coma, se introduce a la izquierda de la primera cifra).

Ejemplo:

$$\mathbf{12{,}5} \cdot \mathbf{10^{-1}} = $$
$$= \frac{\mathbf{12{,}5}}{\mathbf{10}} = \mathbf{1{,}25}$$

$$\mathbf{123} \cdot \mathbf{10^{-1}} = $$
$$= \frac{\mathbf{123}}{\mathbf{10}} = \mathbf{12{,}3}$$

Al dividir el número **decimal** 12,5 entre 10, la coma se desplaza una posición hacia la izquierda.

Al dividir el número **natural** (no decimal) 123 entre 10, tenemos que añadirle una coma.

Importante: dividir entre 10 es lo mismo que multiplicar por la potencia de exponente negativo 10^{-1}.

MULTIPLICAR POR UNA POTENCIA DE 10 CON EXPONENTE POSITIVO

$$10 \cdot 10 \cdots 10 = 10^n$$

En el apartado anterior vimos que al multiplicar un número por 10 la coma decimal de dicho número se desplaza una posición hacia la derecha.

Como multiplicar sucesivamente (varias veces) por 10 es lo mismo que multiplicar por una potencia de 10,

> Al multiplicar un número por la potencia $\mathbf{10^n}$ (con **exponente positivo**) se desplaza la coma hacia la **derecha** tantas posiciones como indica el exponente.

Ejemplo:

$$\mathbf{12{,}345} \cdot \mathbf{10^2} = \mathbf{1234{,}5}$$
$$\mathbf{102{,}305} \cdot \mathbf{10^3} = \mathbf{102305}$$
$$\mathbf{321} \cdot \mathbf{10^2} = \mathbf{32100}$$
$$\mathbf{1{,}789} \cdot \mathbf{10^5} = \mathbf{178900}$$

Como los exponentes son positivos, la coma se desplaza hacia la derecha.

Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, se añaden 0's (a la derecha).

MULTIPLICAR POR UNA POTENCIA DE 10 CON EXPONENTE NEGATIVO

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdots \frac{1}{10} = 10^{-n}$$

Anteriormente vimos que al dividir un número entre 10 la coma decimal de dicho número se desplaza una posición hacia la izquierda.

Como dividir sucesivamente (varias veces) entre 10 es lo mismo que multiplicar por una potencia de 10 con **exponente negativo**, Al multiplicar un número por la potencia $\mathbf{10^{-n}}$ (con **exponente negativo**) se desplaza la coma hacia la **izquierda** tantas posiciones como indica el exponente (al cambiarle el signo).

Ejemplo:

$12,345 \cdot 10^{-2} = 0,12345$
$102,305 \cdot 10^{-3} = 0,102305$
$321 \cdot 10^{-2} = 3,21$
$1789 \cdot 10^{-5} = 0,01789$

Como los exponentes son negativos, la coma se desplaza hacia la izquierda.

Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, se añaden 0's (a la izquierda). Esto ocurre en el primer, segundo y cuarto número del ejemplo.

Nota: el número resultante al cambiar el signo del exponente indica cuántas posiciones se desplaza la coma:

- $\mathbf{10^{-2}}$: dos posiciones hacia la izquierda.
- $\mathbf{10^{-3}}$: tres posiciones hacia la izquierda.
- $\mathbf{10^{-2}}$: dos posiciones hacia la izquierda.
- $\mathbf{10^{-5}}$: cinco posiciones hacia la izquierda.

CAMBIANDO DE FORMA DECIMAL A NOTACIÓN CIENTÍFICA

Pon mucha atención al exponente de la notación científica y la posición del punto decimal en la notación estándar.

Números Grandes		Números Pequeños	
Notación Decimal	**Notación Científica**	**Notación Decimal**	**Notación Científica**
500.0	5×10^{2}	0.05	5×10^{-2}
80,000.0	8×10^{4}	0.0008	8×10^{-4}
43,000,000.0	4.3×10^{7}	0.00000043	4.3×10^{-7}
62,500,000,000.0	6.25×10^{10}	0.000000000625	6.25×10^{-10}

Empecemos con los números grandes. Para escribir un número *grande* en notación científica, primero debemos mover el punto decimal a un número entre 1 y 10. Como mover el punto decimal cambia el valor, tenemos que aplicar una multiplicación por la potencia de 10 que nos resulte en un valor equivalente al original. Para encontrar el exponente, sólo contamos el número de lugares que recorrimos el punto decimal. Ese número es el exponente de la potencia de 10.

Analicemos un ejemplo. Para escribir 180,000 en notación científica, primero movemos el punto decimal hacia la izquierda hasta que tengamos un número mayor o igual que 1 y menor que 10. El punto decimal no está escrito en 180,000, pero si lo estuviera sería después del último cero. Si empezamos a recorrer el punto decimal un lugar cada vez, llegaremos a 1.8 después de 5 lugares:

180000.
18000.0
1800.00
180.000
18.0000
1.80000

Ahora, conocemos el número (1.8) y el exponente de la potencia de 10 que preserva el valor original (5). En notación científica 180,000 se escribe 1.8×10^5.

La población del mundo se estima en 6,800,000,000 personas. ¿Cuál de las siguientes respuestas expresa correctamente este número en notación científica?

a) 7×10^9

b) 0.68×10^{10}

c) 6.8×10^9

d) 68×10^8

a) Incorrecto. La notación científica reescribe números, no los redondea. La respuesta correcta es C) 6.8×10^9.

b) Incorrecto. Si bien 0.68×10^{10} es equivalente a 6,800,000,000, 0.68 no es el formato apropiado. No es mayor o igual que 1, o menor que 10, un requerimiento para la notación científica. La respuesta correcta es C) 6.8×10^9.

c) Correcto. Este número es equivalente a 6,800,000,000 y usa el formato apropiado para cada factor.

d) Incorrecto. Si bien 68×10^8 es equivalente a 6,800,000,000, no es un formato apropiado porque 68 no es mayor o igual a 1, o menor que 10. La respuesta correcta es C) 6.8×10^9.

El proceso de cambiar entre notación decimal y científica es el mismo para números *pequeños* (entre 0 y 1), pero en este caso el punto decimal se mueve hacia la derecha, y el exponente será negativo. Considera el número pequeño 0.0004:

0.0004
00.004
000.04
0000.4
00004.

Movimos el punto decimal hacia la derecha hasta que obtuvimos el número 4, que está entre 1 y 10 como es requerido. Lo movimos 4 lugares, pero fueron movimientos que hicieron el número más grande que el original. Entonces tendremos que multiplicar por una potencia negativa de 10 para traer de regreso el nuevo número al equivalente de su valor original. En notación científica 0.0004 se escribe 4.0×10^{-4}.

CAMBIANDO DE NOTACIÓN CIENTÍFICA A FORMA DECIMAL

También podemos ir al revés — números escritos en notación científica pueden ser trasladados a notación decimal. Por ejemplo, un átomo de hidrógeno tiene un diámetro de 5×10^{-8} mm. Para escribir este número en notación decimal, convertimos la potencia de 10 en una serie de ceros entre el número y el punto decimal. Como el exponente es negativo, todos esos ceros van a la izquierda del número 5:

5×10^{-8}

5.
0.5
0.05
0.005
0.0005
0.00005
0.000005
0.0000005
0.00000005

Por cada potencia de 10, movemos el punto decimal un lugar hacia la derecha, Ten cuidado aquí y no te dejes llevar por los ceros — el número de ceros después del punto decimal siempre será 1 *menos* que el exponente. Se necesita una potencia de 10 para mover el punto decimal a la izquierda del primer número.

Reescribe 1.57×10^{-10} en notación decimal.

a) 15,700,000,000

b) 0.000000000157

c) 0.0000000000157

d) 157×10^{-12}

a) Incorrecto. Moviste el punto decimal en la dirección equivocada. El exponente es negativo, por lo que para convertir a formato decimal debes mover el punto decimal hacia la izquierda, no hacia la derecha. La respuesta correcta es B) 0.000000000157.

b) Correcto. El número tenía un exponente negativo, por lo que moviste el punto decimal 10 lugares hacia la izquierda para convertirlo a notación decimal.

c) Incorrecto. Insertaste 10 ceros entre el número y el punto decimal. Debiste mover el punto decimal 10 lugares hacia la izquierda. La respuesta correcta es B) 0.000000000157.

d) Incorrecto. Este número es equivalente al número original, pero no está en notación científica. La respuesta correcta es B) 0.000000000157.

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO NÚMEROS EXPRESADOS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Números que están escritos en notación científica pueden ser multiplicados y divididos fácilmente aprovechando algunas propiedades y reglas.

Para multiplicar números en notación científica, primero multiplicamos los números que no son potencias de 10 (la *a* en $a \times 10^n$). Luego multiplicamos las potencias de 10 al sumar los exponentes.

Esto producirá un nuevo número por una potencia de 10 diferente. Todo lo que tenemos que hacer es comprobar si este nuevo valor está en notación científica. Si no, lo convertimos.

Ejemplo		
Problema	$(3 \times 10^8)(6.8 \times 10^{-13})$	
	$(3 \bullet 6.8)(10^8 \times 10^{-13})$	Reagrupar usando las Propiedades Conmutativas y Asociativas
	$(20.4)(10^8 \times 10^{-13})$	Multiplicar los números
	20.4×10^{-5}	Sumar los exponentes siguiendo la regla de los exponentes
	$2.04 \times 10^1 \times 10^{-5}$	Convertir 20.4 a notación científica
	$2.04 \times 10^{1+(-5)}$	Sumar los exponentes siguiendo la regla de los exponentes
Solución	2.04×10^{-4}	

Para dividir números en notación científica, también aplicamos las propiedades de los números y las reglas de los exponentes. Empezamos por dividir los números que no son potencias de 10 (la *a* en *a* x 10^n). Luego dividimos las potencias de 10 al restar los exponentes.

Esto producirá un nuevo número y una potencia de 10 diferente. Si no está ya en notación científica, lo convertimos.

Veamos un ejemplo:

Ejemplo		
Problema	$\dfrac{2.829 \times 10^{-9}}{3.45 \times 10^{-3}}$	
	$\left(\dfrac{2.829}{3.45}\right)\left(\dfrac{10^{-9}}{10^{-3}}\right)$	Reagrupar usando la Propiedad Asociativa
	$(0.82)\left(\dfrac{10^{-9}}{10^{-3}}\right)$	Dividir los números
	$0.82 \times 10^{-9-(-3)}$	Restar los exponentes
	0.82×10^{-6}	
	$(8.2 \times 10^{-1}) \times 10^{-6}$	Convertir 0.82 a notación científica
	$8.2 \times 10^{-1+(-6)}$	Sumar los exponentes
Solución	8.2×10^{-7}	

Nota que cuando dividimos los términos exponenciales, restamos el exponente del denominador del exponente del numerador.

Evaluar $(4 \times 10^{-10})(3 \times 10^{5})$ y expresar el resultado en notación científica.

a) 1.2×10^{-4}

b) 12×10^{-5}

c) 7×10^{-5}

d) 1.2×10^{-50}

a) Correcto. El cálculo es correcto y la notación científica apropiada.

b) Incorrecto. Casi, pero ahora tienes que convertir este número a notación científica. 12 es mayor que 10 y la notación científica requiere que este número sea mayor o igual a 1 y menor que 10. La respuesta correcta es A) 1.2×10^{-4}.

c) Incorrecto. Debiste multiplicar, no sumar, los números 4 y 3. La respuesta correcta es A) 1.2×10^{-4}.

d) Incorrecto. Sumar, no multiplicar, exponentes. La respuesta correcta es A) 1.2×10^{-4}.

EJERCICIO 07. Escoger la única opción correcta en todas las preguntas. Es imprescindible responder correctamente la **ítem 0**.

Pregunta 0. Al multiplicar un número por una potencia de 10, la coma decimal del número se desplaza...

a. Hacia la derecha si el exponente es negativo y hacia la izquierda si el exponente es positivo.
b. Hacia la derecha si el exponente es positivo y hacia la izquierda si el exponente es negativo.

*La opción **b.** es la respuesta correcta. ¿Escogiste bien?*

1. El número 34,71 puede escribirse en notación científica como...
2. El número 0,0005 es, en notación científica, ...
3. El número 0,3232 es...
4. El número escrito en notación científica 59·10-3 es el número decimal...
5. El número 0,174·102 puede escribirse como...
6. El número 0,111·10-2 es...
7. El número 36,003 escrito en notación científica es...
8. El número en forma de notación científica 58,013·10-4 es equivalente al número...
9. El número decimal 3,0002 es el mismo número que...
10. El número 7,012·102 es...
11. El número 0,0101·10-2 es...
12. El número 3000·10-3 es igual a...
13. El número 11,11·103 es también el número...
14. El número 0,10·102 es...
15. El número 1,3010·103 es...
16. El número 9,300 es...
17. El número 0·10-5 es igual a...
18. El número 61,03·100 puede escribirse como...
19. El número 0,009·10-2 es...
20. Para evitar escribir tantos ceros, podemos escribir 30000 como...
21. El número 23,5·10-3 es equivalente al número...
22. El número 0,0012·10-2 es...
23. El número natural 114 puede escribirse como...
24. El número 510,3 es...
25. Para evitar los decimales del número 0,0010·10-4, podemos escribirlo como...
26. El número 100,001 es...
27. El número 0,005·105 es...
28. El número 2,30300 es...
29. El número decimal 0,1234567 es, en notación científica, el número...
30. El número escrito en notación científica como 0,101000·103 es el número...

INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:

Sitios web:

http://www.cartagena99.com/recursos/alumnos/apuntes/Tema02-ejercicios.pdf
http://www.grupoalquerque.es/ferias/2012/archivos/s-n_nuevos/s-n_base_3.pdf
http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U07_L1_T2_text_final_es.html
https://es.vecteezy.com/
https://www.areatecnologia.com/sistema-binario.htm
https://www.matesfacil.com/ESO/numeros/notacion_cientifica/teoria-ejemplos-numeros-decimales-exponente-positivo-negativo-base-10-test.html
https://www.matesfacil.com/ESO/sistemas-numeracion/base-octal/sistema-numeracion-octal-base-ocho-ejemplos-teoria-propiedades-cambio-base-decimal-ejercicios-resueltos.html
https://www.profesorenlinea.cl/matematica/Numeros_Bases_Numericas.html
https://www.proinf.net/permalink/sistema_de_numeracion_ternario