CBS
Colegio Bautista Shalom

Estadística II
Quinto PMP
Cuarto Bimestre

Contenidos

LA PROBABILIDAD

- ✓ MÉTODOS DE MEDICIÓN DE PROBABILIDAD.
- ✓ DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.
- ✓ PROPIEDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA (X).
- ✓ DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.
- ✓ DISTRIBUCIÓN DE POISSON.
- ✓ DISTRIBUCIÓN NORMAL.

NOTA: conforme avances en tu aprendizaje tu catedrático(a) te indicará la actividad o ejercicio a realizar. Sigue sus instrucciones.

LA PROBABILIDAD

La **probabilidad** mide la mayor o menor posibilidad de que se dé un determinado resultado (suceso o evento) cuando se realiza un experimento aleatorio. Para calcular la probabilidad de un evento se toma en cuenta todos los casos posibles de ocurrencia de este; es decir, de cuántas formas puede ocurrir determinada situación. Los casos favorables de ocurrencia de un evento serán los que cumplan con la condición de que estamos buscando.
La probabilidad toma valores entre 0 y 1 (o expresados en tanto por ciento, entre 0% y 100%):

El **valor cero** corresponde al suceso imposible; ejemplo: lanzamos un dado al aire y la probabilidad de que salga el número 7 es cero.

El **valor uno** corresponde al suceso seguro, ejemplo: lanzamos un dado al aire y la probabilidad de que salga cualquier número del 1 al 6 es igual a uno (100%).

El resto de los sucesos tendrá probabilidades entre cero y uno: que será tanto mayor cuanto más probable sea que dicho suceso tenga lugar.

MÉTODOS DE MEDICIÓN DE PROBABILIDAD

Uno de los métodos más utilizados es aplicando la Regla de Laplace: define la probabilidad de un suceso como el cociente entre casos favorables y casos posibles.

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{\textbf{casos favorables (f)}}{\textbf{casos posibles (n)}}$$

Ejemplos:

a) Probabilidad de que al lanzar un dado salga el número 2: el caso favorable (f) es tan sólo uno (que salga el dos), mientras que los casos posibles (n) son seis (puede salir cualquier número del uno al seis).

Por lo tanto:

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{f}{n} = \frac{1}{6} = 0{,}166$$ (o lo que es lo mismo, 16,6%)

b) Probabilidad de que al lanzar un dado salga un número par: en este caso los casos favorables (f) son tres (que salga el dos, el cuatro o el seis), mientras que los casos posibles (n) siguen siendo seis.

Por lo tanto:

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{f}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}50$$ (o lo que es lo mismo, 50%)

c) Probabilidad de que al lanzar un dado salga un número menor que 5: en este caso tenemos cuatro casos favorables (f) (que salga el uno, el dos, el tres o el cuatro), frente a los seis casos posibles.

Por lo tanto:

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{f}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}666$$ (o lo que es lo mismo, 66,6%)

d) Probabilidad de ganarse el premio mayor de una lotería en la que juegan 100.000 números son: tan sólo un caso favorable (f), el número que jugamos, frente a los 100.000 casos posibles (n).

Por lo tanto:

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{1}{100.000} = 0{,}00001$$ (o lo que es lo mismo, 0,001%)

e) Probabilidad al lanzar una moneda, con un águila en una cara y un sol en la otra. Hay dos casos posibles (n) de ocurrencia (o cae águila o cae sol) y sólo un caso favorable (f) de que pueda caer águila (pues sólo hay un águila en la moneda).

Por lo tanto:

$$P_{(\text{águila})} = \frac{f}{n} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$ (o, lo que es lo mismo, 50 %)

Existe una probabilidad del 50% de obtener un águila al tirar una moneda.

f) Probabilidad de elegir tal o cual fruta. Si en una canasta hay 20 peras y 10 manzanas. ¿Qué fruta es más probable que saque al azar de la canasta?

Para este ejemplo tenemos que 30 es el total de frutas en la canasta; es decir los casos posibles (n). Para calcular la probabilidad de sacar una manzana los casos favorables (f) son 10 puesto que existen sólo 10 manzanas.

Por lo tanto:

$$P_{(\text{manzana})} = \frac{f}{n} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$ (o, lo que es lo mismo, 33,3 %)

$$P_{(\text{pera})} = \frac{f}{n} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} = 0{,}667$$ (o, lo que es lo mismo, 66,7 %)

Fíjate bien que 33,3% + 66,7% es igual al 100% porque siempre que saquemos algo de la canasta es seguro que será una fruta

Condiciones importantes…

Para poder aplicar la Regla de Laplace el experimento aleatorio tiene que cumplir dos requisitos:

a) El número de resultados posibles (sucesos o eventos) tiene que ser finito. Si hubiera infinitos resultados, al aplicar la regla "casos favorables dividido por casos posibles" el cociente siempre sería cero

b) Todos los sucesos o eventos deben tener la misma probabilidad. Si al lanzar un dado, algunas caras tuvieran mayor probabilidad de salir que otras, no podríamos aplicar esta regla.

A la regla de Laplace también se le denomina "probabilidad a priori", ya que para aplicarla hay que conocer antes de realizar el experimento cuales son los posibles resultados y saber que todos tienen las mismas probabilidades.

Cuando se realiza un experimento aleatorio un número muy elevado de veces, las probabilidades de los diversos posibles sucesos empiezan a converger hacia valores determinados, que son sus respectivas probabilidades.

Ejemplo:

Si lanzo una vez una moneda al aire y sale "cara", quiere decir que el suceso "cara" ha aparecido el 100% de las veces y el suceso "cruz" el 0%.

Si lanzo diez veces la moneda al aire, es posible que el suceso "cara" salga 7 veces y el suceso "cruz" los 3 restantes. En este caso, la probabilidad del suceso "cara" ya no sería del 100%, sino que se habría reducido al 70%. Si repito este experimento un número elevado de veces, lo normal es que las probabilidades de los sucesos "cara" y "cruz" se vayan aproximando al 50% cada una. Este 50% será la probabilidad de estos sucesos según el modelo frecuentista

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Una distribución de probabilidad indica toda la gama de valores que pueden representarse como resultado de un experimento si éste se llevase a cabo.

Es decir, describe la probabilidad de que un evento se realice en el futuro, constituye una herramienta fundamental para la prospectiva, puesto que se puede diseñar un escenario de acontecimientos futuros considerando las tendencias actuales de diversos fenómenos naturales.

Toda distribución de probabilidad es generada por una variable (porque puede tomar diferentes valores) aleatoria x (porque el valor tomado es totalmente al azar), y puede ser de dos tipos:

1. **Variable aleatoria discreta (x)**. Porque solo puede tomar valores enteros y un número finito de ellos. Por ejemplo:

   x →Variable que define el número de alumnos aprobados en la materia de probabilidad en un grupo de 40 alumnos (1, 2 ,3…o los 40).

PROPIEDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA (X)

- **a)** $0 \leq p(x_i)£1$ Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero y menores o iguales a 1.
- **b)** $Sp(x_i) = 1$ La sumatoria de las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x debe ser igual a 1.

Ejemplo *para variable aleatoria discreta:*

Se tiene una moneda que al lanzarla puede dar sólo dos resultados: o cara (50%), o cruz (50%).

La siguiente tabla muestra los posibles resultados de lanzar dos veces una moneda:

PRIMER LANZAMIENTO	SEGUNDO LANZAMIENTO	NUMERO DE CARAS EN 2 LANZAMIENTOS	PROBABILIDAD DE LOS 4 RESULTADOS POSIBLES
CARA	CARA	2	0.5 X 0.5 = 0.25
CARA	CRUZ	1	0.5 X 0.5 = 0.25
CRUZ	CARA	1	0.5 X 0.5 = 0.25
CRUZ	CRUZ	0	0.5 X 0.5 = 0.25

Al realizar la tabla de distribución del número posible de caras que resulta de lanzar una moneda dos veces, se obtiene:

NÚMERO DE CARAS	LANZAMIENTOS	PROBABILIDAD DE ESTE RESULTADO P(CARA)
0	(CRUZ, CRUZ)	0.25
1	(CARA, CRUZ) + (CRUZ, CARA)	0.50
2	(CARA, CARA)	0.25

NOTA:

Esta tabla no representa el resultado real de lanzar una moneda dos veces sino la del resultado teórico es decir representa la forma en que se espera se comporte el experimento de lanzar dos veces una moneda.

2. **Variable aleatoria continua (x)**. Porque puede tomar tanto valores enteros como fraccionarios y un número infinito de ellos dentro de un mismo intervalo.

Por ejemplo:

x → Variable que define la concentración en gramos de plata de algunas muestras de mineral (14.8 gr., 12.1, 42.3, 15.0, 18.4, 19.0, 21.0, 20.8, …, ∞)

p(x)³ 0 Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero. Dicho de otra forma, la función de densidad de probabilidad deberá tomar solo valores mayores o iguales a cero.

El área definida bajo la función de densidad.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

La distribución Binomial es un caso particular de probabilidad de variable aleatoria discreta, y por sus aplicaciones, es posiblemente la más importante.

Esta distribución corresponde a la realización de un experimento aleatorio que cumple con las siguientes condiciones:

- ✓ Al realizar el experimento sólo son posible dos resultados: el suceso A, llamado éxito, o su contrario A’, llamado fracaso.
- ✓ Al repetir el experimento, el resultado obtenido es independiente de los resultados obtenidos anteriormente.
- ✓ La probabilidad del suceso A es constante, es decir, no varía de una prueba del experimento a otra. Si llamamos p a la probabilidad de A, p(A) = P, entonces p(A’) = 1 – p = q
- ✓ En cada experimento se realizan n pruebas idénticas.

Todo experimento que tenga estas características se dice que sigue el modelo de la **distribución Binomial o distribución de Bernoulli**.

En general, si se tienen *n* ensayos Bernoulli con probabilidad de éxito *p* y de fracaso *q*, entonces la distribución de probabilidad que la modela es la **distribución de probabilidad binomial** y su regla de correspondencia es:

$$P(X=x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^{x} q^{n-x}$$

Como el cálculo de estas probabilidades puede resultar algo tedioso se han construido tablas para algunos valores de *n* y p que facilitan el trabajo.

Cálculo de la distribución de probabilidad binomial por tres métodos:

- ✓ Utilización del Minitab 15.
- ✓ Utilización de la fórmula.
- ✓ Utilización de las tablas binomiales.

Por ejemplo:

¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 2 caras al lanzar una misma moneda 6 veces?

$$P(X=x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^{x} q^{n-x}$$

Donde:

- P(X) es la probabilidad de ocurrencia del evento.
- p es la probabilidad de éxito del evento (en un intento) (0.5).
- q es la probabilidad de fracaso del evento (en un intento) y se define como q = 1 – p (0.50).
- X = ocurrencia del evento o éxitos deseados = 2 (para efectos de la tabla binomial tómese como r).
- n = número de intentos = 6.

a) Cálculo de la distribución de probabilidad binomial utilizando el Minitab 15.

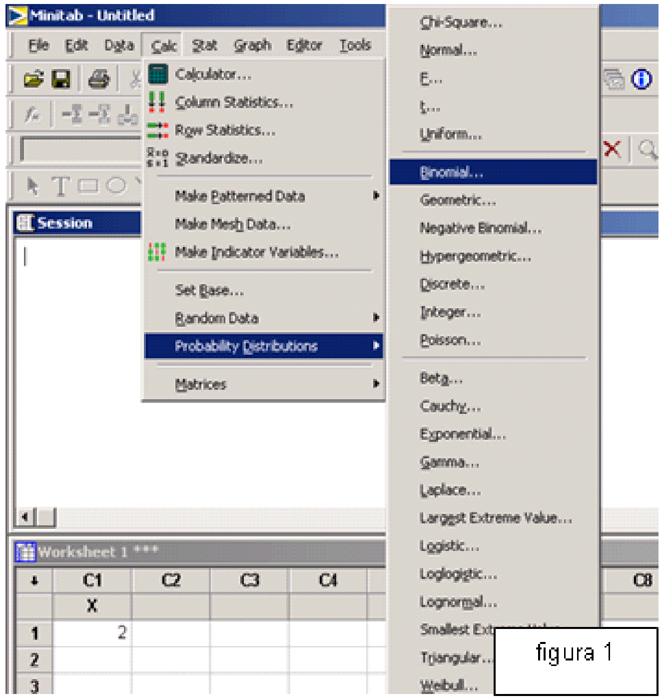


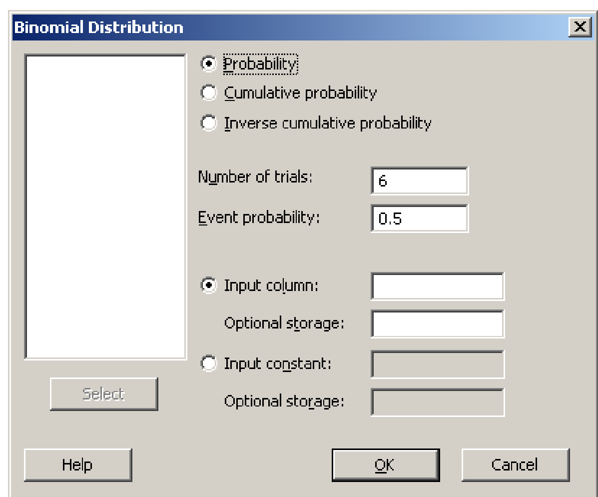
figura 1

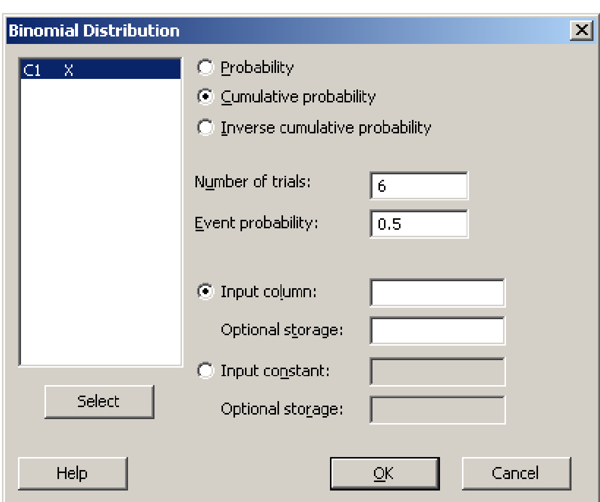
Titular la columna C1 como X y en el renglón 1 columna 1 se coloca el número 2 (el cual representa el número de ocurrencia del evento, ya que se desea saber la probabilidad de que caigan exactamente dos caras). (Referirse a la figura 1)

Seleccionar: Calc / Probability Distributions / Binomial

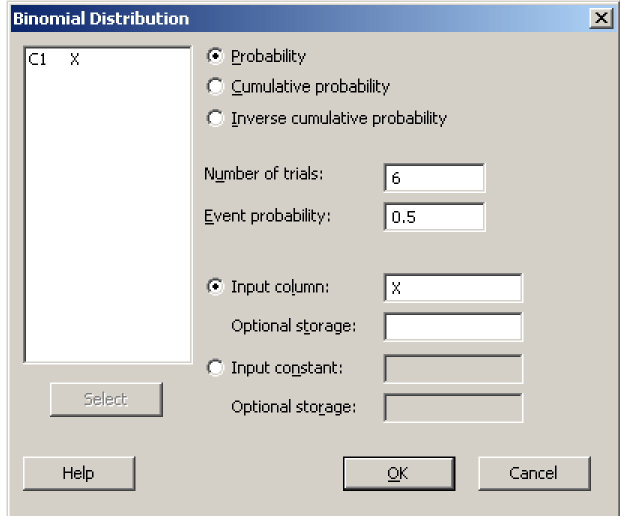
En seguida aparecerá la ventana "Binomial Distribution" ("Distribucion Binomial").

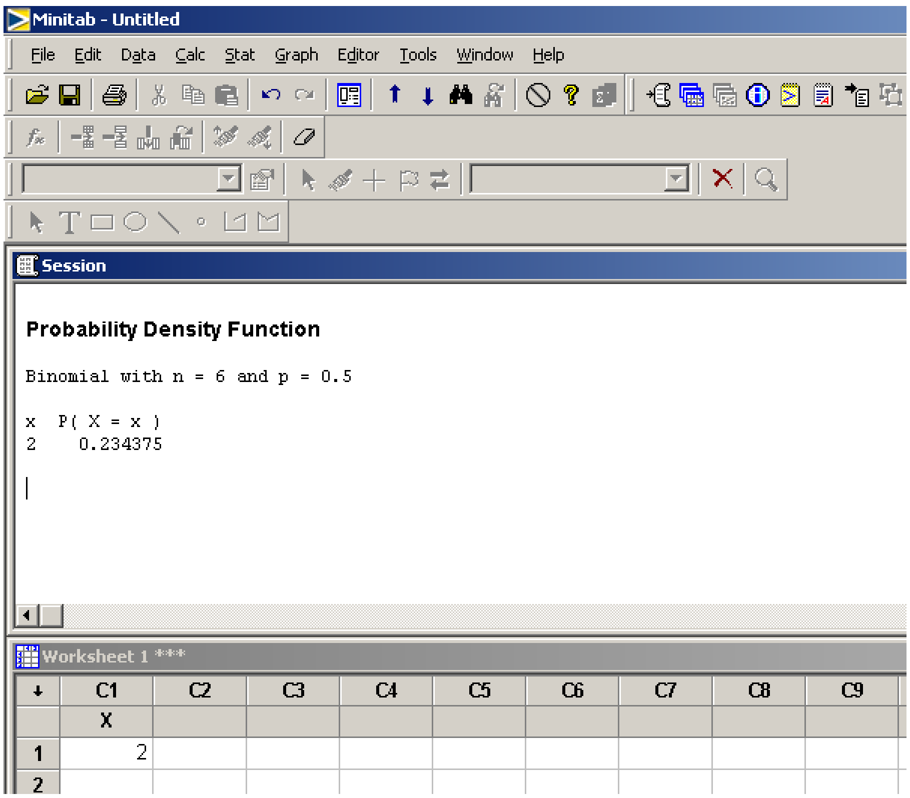
- ✓ Seleccionar Probability.
- ✓ En el campo de "Number of trials" (Número de intentos) colocar 6 (n).
- ✓ En el campo de "Event probability" colocar 0.50 (probabilidad de éxito).





- ✓ En el campo de “Input column” colocar el puntero del mouse y automáticamente aparecerá en el recuadro de la izquierda C1 X el cual se selecciona con el puntero del mouse y luego presionar “Select”.
- ✓ Una vez alimentado los datos presionar “OK”.





- ✓ Para obtener así el resultado.
  La probabilidad de que caigan 2 caras en el lanzamiento de una moneda 6 veces es 0.234375.

Por lo tanto:

$$\boxed{P(2\ caras) = 0.234375}$$

b) Cálculo de la distribución de probabilidad binomial utilizando la fórmula

$$P(X=x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^{x} q^{n-x}$$

Al sustituir los valores en la fórmula se obtiene:

$$P(2\ caras) = \frac{6!}{2!(6-2)!}\ (0.5^2)\ (0.5^{6-2})$$

$$P(2\ caras) = \frac{720}{2(24)}\ (0.25)\ (0.0625)$$

$$P(2\ caras) = \frac{720}{2(24)}\ (.25)\ (0.0625)$$

Resolviendo:

$$\boxed{P(2\ caras) = 0.234375}$$

c) Cálculo de la distribución de probabilidad binomial utilizando las tablas binomiales.

- ✓ Para una combinación de n y p, la entrada indica una probabilidad de obtener un valor específico de r (ocurrencia del evento).
- ✓ Para localizar la entrada, cuando p≤0.50, localizar el valor de p a lo largo del encabezado de la tabla, y en la columna correspondiente localizar n y r en el margen izquierdo.
- ✓ Para localizar la entrada, cuando p≥0.50, localizar el valor de p en la parte inferior de la tabla, y n y r arriba, en el margen derecho.

Tabla Binomial

		p															
n	**r**	**0.37**	**0.38**	**0.39**	**0.40**	**0.41**	**0.42**	**0.43**	**0.44**	**0.45**	**0.46**	**0.47**	**0.48**	**0.49**	**0.50**	**r**	**n**
2	0	0.3969	0.3844	0.3721	0.3600	0.3481	0.3364	0.3249	0.3136	0.3025	0.2916	0.2809	0.2704	0.2601	0.2500	2	
	1	0.4662	0.4712	0.4758	0.4800	0.4838	0.4872	0.4902	0.4928	0.4950	0.4968	0.4982	0.4992	0.4998	0.5000	1	
	2	0.1369	0.1444	0.1521	0.1600	0.1681	0.1764	0.1849	0.1936	0.2025	0.2116	0.2209	0.2304	0.2401	0.2500	0	2
3	0	0.2500	0.2383	0.2270	0.2160	0.2054	0.1951	0.1852	0.1756	0.1664	0.1575	0.1489	0.1406	0.1327	0.1250	3	
	1	0.4406	0.4382	0.4354	0.4320	0.4282	0.4239	0.4191	0.4140	0.4084	0.4024	0.3961	0.3894	0.3823	0.3750	2	
	2	0.2587	0.2686	0.2783	0.2880	0.2975	0.3069	0.3162	0.3252	0.3341	0.3428	0.3512	0.3594	0.3674	0.3750	1	
	3	0.0507	0.0549	0.0593	0.0640	0.0689	0.0741	0.0795	0.0852	0.0911	0.0973	0.1038	0.1106	0.1176	0.1250	0	3
4	0	0.1575	0.1478	0.1385	0.1296	0.1212	0.1132	0.1056	0.0983	0.0915	0.0850	0.0789	0.0731	0.0677	0.0625	4	
	1	0.3701	0.3623	0.3541	0.3456	0.3368	0.3278	0.3185	0.3091	0.2995	0.2897	0.2799	0.2700	0.2600	0.2500	3	
	2	0.3260	0.3330	0.3396	0.3456	0.3511	0.3560	0.3604	0.3643	0.3675	0.3702	0.3723	0.3738	0.3747	0.3750	2	
	3	0.1276	0.1361	0.1447	0.1536	0.1627	0.1719	0.1813	0.1908	0.2005	0.2102	0.2201	0.2300	0.2400	0.2500	1	
	4	0.0187	0.0209	0.0231	0.0256	0.0283	0.0311	0.0342	0.0375	0.0410	0.0448	0.0488	0.0531	0.0576	0.0625	0	4
5	0	0.0992	0.0916	0.0845	0.0778	0.0715	0.0656	0.0602	0.0551	0.0503	0.0459	0.0418	0.0380	0.0345	0.0312	5	
	1	0.2914	0.2808	0.2700	0.2592	0.2484	0.2376	0.2270	0.2164	0.2059	0.1956	0.1854	0.1755	0.1657	0.1562	4	
	2	0.3423	0.3441	0.3452	0.3456	0.3452	0.3442	0.3424	0.3400	0.3369	0.3332	0.3289	0.3240	0.3185	0.3125	3	
	3	0.2010	0.2109	0.2207	0.2304	0.2399	0.2492	0.2583	0.2671	0.2757	0.2838	0.2916	0.2990	0.3060	0.3125	2	
	4	0.0590	0.0646	0.0706	0.0768	0.0834	0.0902	0.0974	0.1049	0.1128	0.1209	0.1293	0.1380	0.1470	0.1562	1	
	5	0.0069	0.0079	0.0090	0.0102	0.0116	0.0131	0.0147	0.0165	0.0185	0.0206	0.0229	0.0255	0.0282	0.0312	0	5
6	0	0.0625	0.0568	0.0515	0.0467	0.0422	0.0381	0.0343	0.0308	0.0277	0.0248	0.0222	0.0198	0.0176	0.0156	6	
	1	0.2203	0.2089	0.1976	0.1866	0.1759	0.1654	0.1552	0.1454	0.1359	0.1267	0.1179	0.1095	0.1014	0.0937	5	
	2	0.3235	0.3201	0.3159	0.3110	0.3055	0.2994	0.2928	0.2856	0.2780	0.2699	0.2615	0.2527	0.2436	0.2344	4	
	3	0.2533	0.2616	0.2693	0.2765	0.2831	0.2891	0.2945	0.2992	0.3032	0.3065	0.3091	0.3110	0.3121	0.3125	3	
	4	0.1116	0.1202	0.1291	0.1382	0.1475	0.1570	0.1666	0.1763	0.1861	0.1958	0.2056	0.2153	0.2249	0.2344	2	
	5	0.0262	0.0295	0.0330	0.0369	0.0410	0.0455	0.0503	0.0554	0.0609	0.0667	0.0729	0.0795	0.0864	0.0937	1	
	6	0.0026	0.0030	0.0035	0.0041	0.0048	0.0055	0.0063	0.0073	0.0083	0.0095	0.0108	0.0122	0.0138	0.0156	0	6
7	0	0.0394	0.0352	0.0314	0.0280	0.0249	0.0221	0.0195	0.0173	0.0152	0.0134	0.0117	0.0103	0.0090	0.0078	7	
	1	0.1619	0.1511	0.1407	0.1306	0.1211	0.1119	0.1032	0.0950	0.0872	0.0798	0.0729	0.0664	0.0604	0.0547	6	
	2	0.2853	0.2778	0.2698	0.2613	0.2524	0.2431	0.2336	0.2239	0.2140	0.2040	0.1940	0.1840	0.1740	0.1641	5	
	3	0.2793	0.2838	0.2875	0.2903	0.2923	0.2934	0.2937	0.2932	0.2918	0.2897	0.2867	0.2830	0.2786	0.2734	4	
	4	0.1640	0.1739	0.1838	0.1935	0.2031	0.2125	0.2216	0.2304	0.2388	0.2468	0.2543	0.2612	0.2676	0.2734	3	
	5	0.0578	0.0640	0.0705	0.0774	0.0847	0.0923	0.1003	0.1086	0.1172	0.1261	0.1353	0.1447	0.1543	0.1641	2	
	6	0.0113	0.0131	0.0150	0.0172	0.0196	0.0223	0.0252	0.0284	0.0320	0.0358	0.0400	0.0445	0.0494	0.0547	1	
	7	0.0009	0.0011	0.0014	0.0016	0.0019	0.0023	0.0027	0.0032	0.0037	0.0044	0.0051	0.0059	0.0068	0.0078	0	7
n	**r**	**0.63**	**0.62**	**0.61**	**0.60**	**0.59**	**0.58**	**0.57**	**0.56**	**0.55**	**0.54**	**0.53**	**0.52**	**0.51**	**0.50**	**r**	**n**
		p															

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

La distribución de POISSON es también un caso particular de probabilidad de variable aleatoria discreta, el cual debe su nombre a Siméon Denis Poisson (1781-1840), un francés que la desarrolló a partir de los estudios que realizó durante la última etapa de su vida.

Esta distribución se utiliza para describir ciertos procesos.

Características:

En este tipo de experimentos los éxitos buscados son expresados por unidad de área, tiempo, pieza, etc:

- # de defectos de una tela por m^2
- # de aviones que aterrizan en un aeropuerto por día, hora, minuto, etc.
- # de bacterias por c m^2 de cultivo
- # de llamadas telefónicas a un conmutador por hora, minuto, etc.,
- # de llegadas de embarcaciones a un puerto por día, mes, etc.

Para determinar la probabilidad de que ocurran x éxitos por unidad de tiempo, área, o producto, la fórmula a utilizar es:

$$P(X, \lambda) = \frac{\lambda^{x} e^{-\lambda}}{X!}$$

Donde:

p(X) = probabilidad de que ocurran x éxitos, cuando el número promedio de ocurrencia de ellos es l.
l = media o promedio de éxitos por unidad de tiempo, área o producto.
e = 2.718 (base de logaritmo neperiano o natural).
X = variable que nos denota el número de éxitos que se desea que ocurra.

Hay que hacer notar que en esta distribución el número de éxitos que ocurren por unidad de tiempo, área o producto es totalmente al azar y que cada intervalo de tiempo es independiente de otro intervalo dado, así como cada área es independiente de otra área dada y cada producto es independiente de otro producto dado.

Cálculo de la distribución de probabilidad de Poisson por tres métodos:

a) Utilización del Minitab 15.
b) Utilización de la fórmula.
c) Utilización de las tablas de Poisson.

$$P(X, \lambda) = \frac{\lambda^{x} e^{-\lambda}}{X!}$$

Por ejemplo:

Si un banco recibe en promedio (l=) 6 cheques sin fondo por día, ¿cuáles son las probabilidades de que reciba:

a) cuatro cheques sin fondo en un día dado (x),
b) 10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos?

(e= 2.718281828)

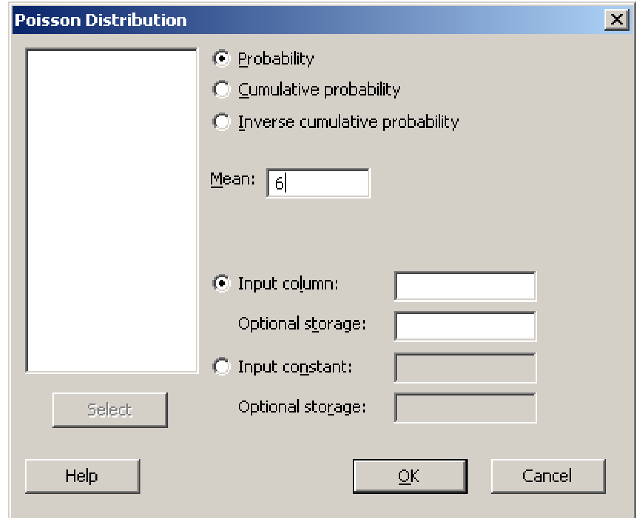
a) Cálculo de la distribución de probabilidad de Poisson utilizando el Minitab 15.

Resolviendo para:

a) x = 4; l = 6 cheques sin fondo por día

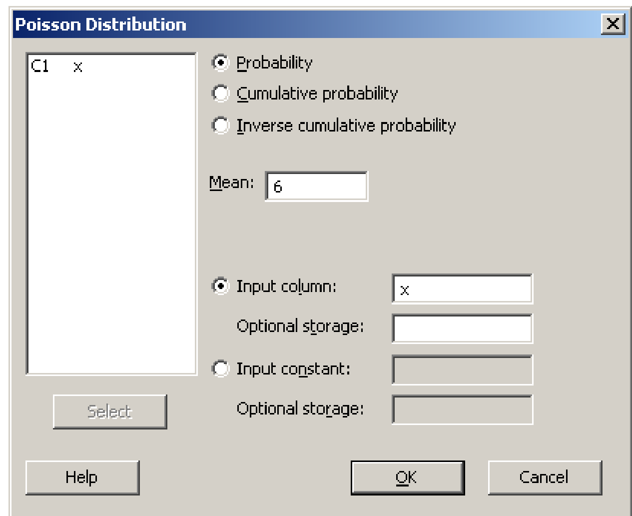
Titular la columna C1 como X y en el renglón 1 columna 1 se coloca el número 4 (el cual representa el número de ocurrencia del evento, ya que se desea saber la probabilidad de que el banco reciba 4 cheques sin fondos en un día dado). (Referirse a la figura 2).

Seleccionar: Calc / Probability Distributions / Poisson



En seguida aparecerá una ventana "Poisson Distribution" ("Distribución de Poisson").

- ✓ Seleccionar Probability.
- ✓ En el campo de "Mean" (media = l) colocar 6 (promedio de cheques diarios recibidos sin fondos).



En el campo de "Input column" colocar el puntero del mouse y automáticamente aparecerá en el recuadro de la izquierda C1 X. Seleccionarlo con el puntero del mouse y presionar "Select"

Una vez alimentado los datos presionar "OK".

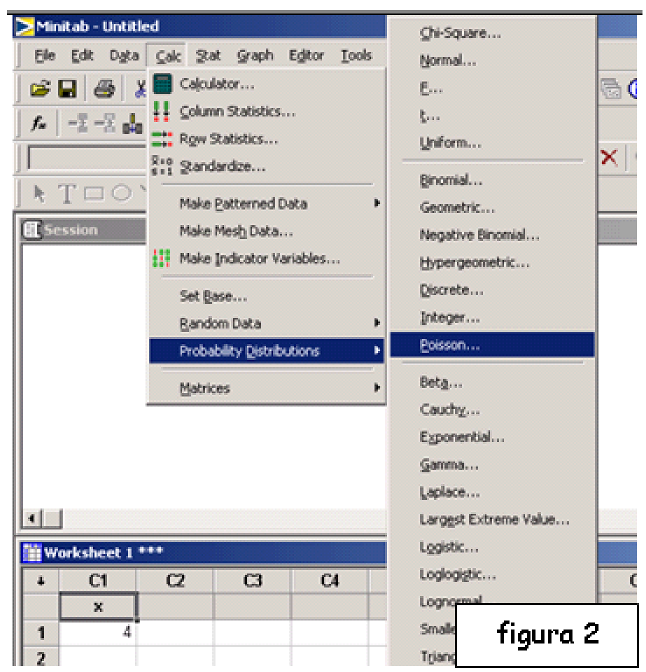
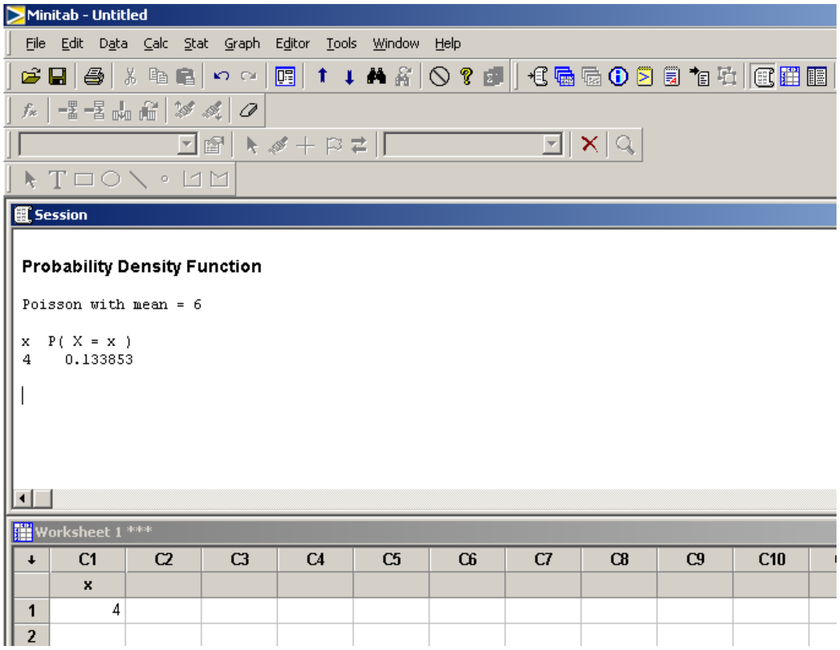


figura 2



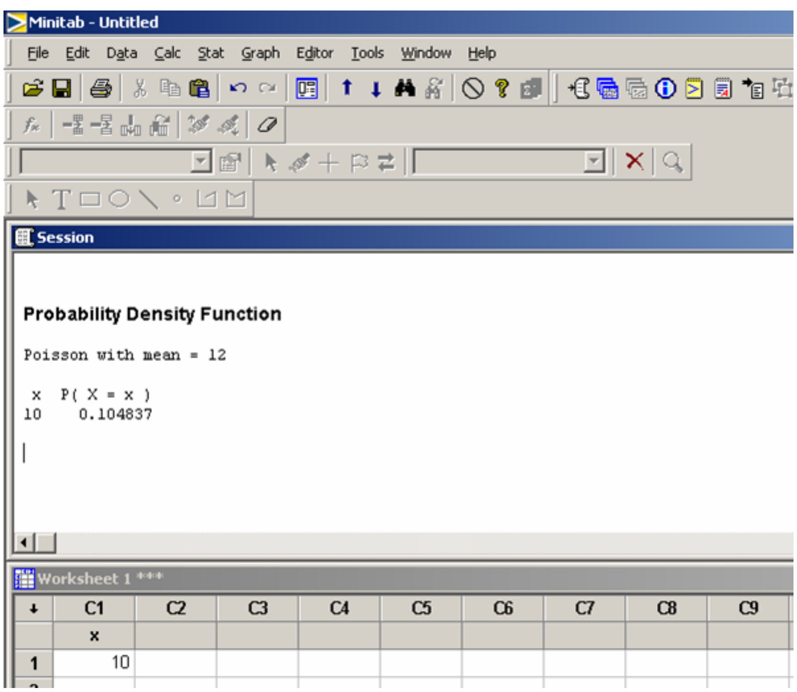
Para obtener así el resultado.

a) Por lo tanto, la probabilidad de que el banco reciba cuatro cheques sin fondo en un día dado es:

P(4 cheques sin fondo) = 0.133853 (13.39%)

Resolviendo de igual manera para:

b) X=10; l= 6 x 2 = 12 cheques sin fondo en promedio que llegan al banco en dos días consecutivos.



Para obtener así el resultado.

b) Por lo tanto, la probabilidad de que el banco reciba diez cheques sin fondo en dos días consecutivos es:

P(10 cheques sin fondo) = 0.104837 (10.4837%)

b) Cálculo de la distribución de probabilidad de Poisson utilizando la fórmula

$$P(X, \lambda) = \frac{\lambda^{x} e^{-\lambda}}{X!}$$

Resolviendo para:

a) x = 4; l = 6 cheques sin fondo por día y sustituyendo en la fórmula

$$P(X=4, \lambda=6) = \frac{6^{4} e^{-6}}{4!}$$

Resolviendo:

$$P(X=4, \lambda=6) = \frac{1296 \times 0.0025}{24}$$

P(4 cheques sin fondo) = 0.133853 (13.39%)

Resolviendo de igual manera para:

b) X=10; l= 6 x 2 = 12 cheques sin fondo en promedio que llegan al banco en dos días consecutivos.

$$P(X=4, \lambda=6) = \frac{1296 \times 0.0025}{24}$$

Resolviendo:

$$P(X=10, \lambda=12) = \frac{61917364224 \times 0.000006144212}{3628800}$$

P(10 cheques sin fondo) = 0.104837 (10.4837%)

c) Cálculo de la distribución de probabilidad de Poisson utilizando las tablas de Poisson

- ✓ Valores directos para determinar probabilidades de Poisson.
- ✓ Para un valor dado de λ, la entrada indica la probabilidad de obtener un valor específico de X.

x	λ 5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6.0
0	0.0061	0.0055	0.0050	0.0045	0.0041	0.0037	0.0033	0.0030	0.0027	0.0025
1	0.0311	0.0287	0.0265	0.0244	0.0225	0.0207	0.0191	0.0176	0.0162	0.0149
2	0.0793	0.0746	0.0701	0.0659	0.0618	0.0580	0.0544	0.0509	0.0477	0.0446
3	0.1348	0.1293	0.1239	0.1185	0.1133	0.1082	0.1033	0.0985	0.0938	0.0892
4	0.1719	0.1681	0.1641	0.1600	0.1558	0.1515	0.1472	0.1428	0.1383	0.1339
5	0.1753	0.1748	0.1740	0.1728	0.1714	0.1697	0.1678	0.1656	0.1632	0.1606
6	0.1490	0.1515	0.1537	0.1555	0.1571	0.1584	0.1594	0.1601	0.1605	0.1606
7	0.1086	0.1125	0.1163	0.1200	0.1234	0.1267	0.1298	0.1326	0.1353	0.1377
8	0.0692	0.0731	0.0771	0.0810	0.0849	0.0887	0.0925	0.0962	0.0998	0.1033
9	0.0392	0.0423	0.0454	0.0486	0.0519	0.0552	0.0586	0.0620	0.0654	0.0688
10	0.0200	0.0220	0.0241	0.0262	0.0285	0.0309	0.0334	0.0359	0.0386	0.0413
11	0.0093	0.0104	0.0116	0.0129	0.0143	0.0157	0.0173	0.0190	0.0207	0.0225
12	0.0039	0.0045	0.0051	0.0058	0.0065	0.0073	0.0082	0.0092	0.0102	0.0113
13	0.0015	0.0018	0.0021	0.0024	0.0028	0.0032	0.0036	0.0041	0.0046	0.0052
14	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0011	0.0013	0.0015	0.0017	0.0019	0.0022
15	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009
16	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001

Para el mismo ejemplo, resolviendo para:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el banco reciba cuatro cheques sin fondo en un día dado?

Se tiene x = 4; l = 6 cheques sin fondo por día; obteniendo resultado directo de tablas:

P(4 cheques sin fondo) = 0.1339 (13.39%)

Para el mismo ejemplo, resolviendo para:

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el banco reciba diez cheques sin fondo en dos días consecutivos?

Se tiene X=10; l= 6 x 2 = 12 cheques sin fondo en promedio que llegan al banco en dos días consecutivos, obteniendo resultado directo de tablas:

x	λ 11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0010	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0037	0.0018	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0102	0.0053	0.0027	0.0013	0.0006	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
5	0.0224	0.0127	0.0070	0.0037	0.0019	0.0010	0.0005	0.0002	0.0001	0.0001
6	0.0411	0.0255	0.0152	0.0087	0.0048	0.0026	0.0014	0.0007	0.0004	0.0002
7	0.0646	0.0437	0.0281	0.0174	0.0104	0.0060	0.0034	0.0018	0.0010	0.0005
8	0.0888	0.0655	0.0457	0.0304	0.0194	0.0120	0.0072	0.0042	0.0024	0.0013
9	0.1085	0.0874	0.0661	0.0473	0.0324	0.0213	0.0135	0.0083	0.0050	0.0029
10	0.1194	0.1048	0.0859	0.0663	0.0486	0.0341	0.0230	0.0150	0.0095	0.0058
11	0.1194	0.1144	0.1015	0.0844	0.0663	0.0496	0.0355	0.0245	0.0164	0.0106
12	0.1094	0.1144	0.1099	0.0984	0.0829	0.0661	0.0504	0.0368	0.0259	0.0176
13	0.0926	0.1056	0.1099	0.1060	0.0956	0.0814	0.0658	0.0509	0.0378	0.0271
14	0.0728	0.0905	0.1021	0.1060	0.1024	0.0930	0.0800	0.0655	0.0514	0.0387
15	0.0534	0.0724	0.0885	0.0989	0.1024	0.0992	0.0906	0.0786	0.0650	0.0516
16	0.0367	0.0543	0.0719	0.0866	0.0960	0.0992	0.0963	0.0884	0.0772	0.0646
17	0.0237	0.0383	0.0550	0.0713	0.0847	0.0934	0.0963	0.0936	0.0863	0.0760
18	0.0145	0.0256	0.0397	0.0554	0.0706	0.0830	0.0909	0.0936	0.0911	0.0844
19	0.0084	0.0161	0.0272	0.0409	0.0557	0.0699	0.0814	0.0887	0.0911	0.0888
20	0.0046	0.0097	0.0177	0.0286	0.0418	0.0559	0.0692	0.0798	0.0866	0.0888
21	0.0024	0.0055	0.0109	0.0191	0.0299	0.0426	0.0560	0.0684	0.0783	0.0846
22	0.0012	0.0030	0.0065	0.0121	0.0204	0.0310	0.0433	0.0560	0.0676	0.0769
23	0.0006	0.0016	0.0037	0.0074	0.0133	0.0216	0.0320	0.0438	0.0559	0.0669
24	0.0003	0.0008	0.0020	0.0043	0.0083	0.0144	0.0226	0.0328	0.0442	0.0557
25	0.0001	0.0004	0.0010	0.0024	0.0050	0.0092	0.0154	0.0237	0.0336	0.0446
26	0.0000	0.0002	0.0005	0.0013	0.0029	0.0057	0.0101	0.0164	0.0246	0.0343
27	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0016	0.0034	0.0063	0.0109	0.0173	0.0254
28	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0009	0.0019	0.0038	0.0070	0.0117	0.0181
29	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004	0.0011	0.0023	0.0044	0.0077	0.0125
30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0006	0.0013	0.0026	[illegible]	[illegible]
31	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0007	0.0015	[illegible]	[illegible]
32	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0009	[illegible]	[illegible]
33	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0005	[illegible]	[illegible]
34	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	[illegible]	[illegible]
35	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	[illegible]	[illegible]
36	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004
37	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002
38	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
39	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001

P(10 cheques sin fondo) = 0.1048 (10.48%)

DISTRIBUCIÓN NORMAL

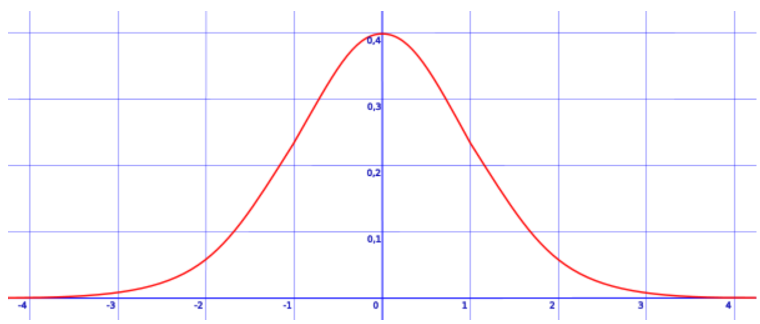
La distribución normal es también un caso particular de probabilidad de variable aleatoria continua, fue reconocida por primera vez por el francés Abraham de Moivre (1667-1754). Posteriormente, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) elaboró desarrollos más profundos y formuló la ecuación de la curva; de ahí que también se le conozca, más comúnmente, como la **"campana de Gauss"**. La distribución de una variable normal está completamente determinada por dos parámetros, su media (μ) y su desviación estándar (σ). Con esta notación, la densidad de la normal viene dada por la ecuación:

$$f(x) = \int_{-\alpha}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

…que determina la curva en forma de campana que tan bien conocemos

Existen dos razones básicas por las cuales la distribución normal ocupa un lugar tan prominente en la estadística:

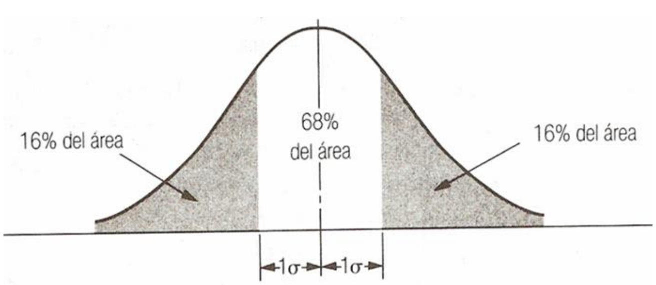
- ✓ Tiene algunas propiedades que la hacen aplicable a un gran número de situaciones en la que es necesario hacer inferencias mediante la toma de muestras.
- ✓ La distribución normal casi se ajusta a las distribuciones de frecuencias reales observadas en muchos fenómenos, incluyendo características humanas, resultados de procesos físicos y muchas otras medidas de interés para los administradores, tanto en el sector público como en el privado.

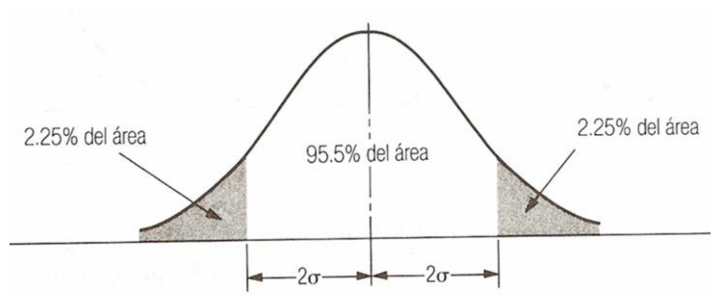


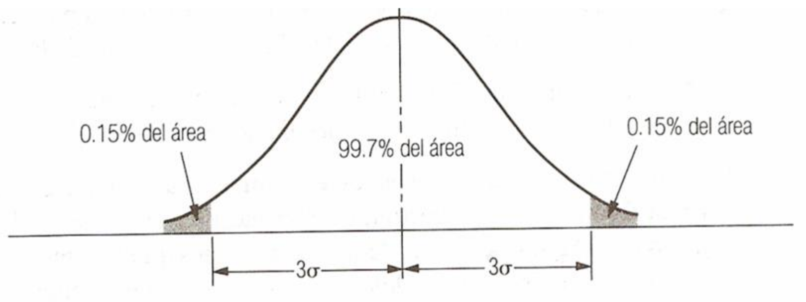
Propiedad:

No importa cuáles sean los valores de μ y σ para una distribución de probabilidad normal, el área total bajo la curva siempre es 1, de manera que podemos pensar en áreas bajo la curva como si fueran probabilidades. Matemáticamente es verdad que:

1. Aproximadamente el 68% de todos los valores de una población normalmente distribuida se encuentra dentro de ± 1 desviación estándar de la media.
2. Aproximadamente el 95.5% de todos los valores de una población normalmente distribuida se encuentra dentro de ± 2 desviaciones estándar de la media.
3. Aproximadamente el 99.7% de todos los valores de una población normalmente distribuida se encuentra dentro de ± 3 desviaciones estándar de la media.







Relación entre el área bajo la curva de distribución normal de probabilidad y la distancia a la media medida en desviaciones estándar. Estas gráficas muestran tres formas diferentes de medir el área bajo la curva normal. Sin embargo, muy pocas de las aplicaciones de la distribución normal de probabilidad implican intervalos de exactamente (más o menos) 1, 2 o 3 desviaciones estándar a partir de la media. Para estos casos existen tablas estadísticas que indican porciones del área bajo la curva normal que están contenidas dentro de cualquier número de desviaciones estándar (más o menos) a partir de la media.

Afortunadamente también se puede utilizar una **distribución de probabilidad normal estándar** para encontrar áreas bajo cualquier curva normal. Con esta tabla se determina el área o la probabilidad de que la variable aleatoria distribuida normalmente esté dentro de ciertas distancias a partir de la media. Estas distancias están definidas en términos de desviaciones estándar. Para cualquier distribución normal de probabilidad, todos los intervalos que contienen el mismo número de desviaciones estándar a partir de la media contendrán la misma fracción del área total bajo la curva para cualquier distribución de probabilidad normal. Esto hace que sea posible usar solamente una tabla de la distribución de probabilidad normal estándar.

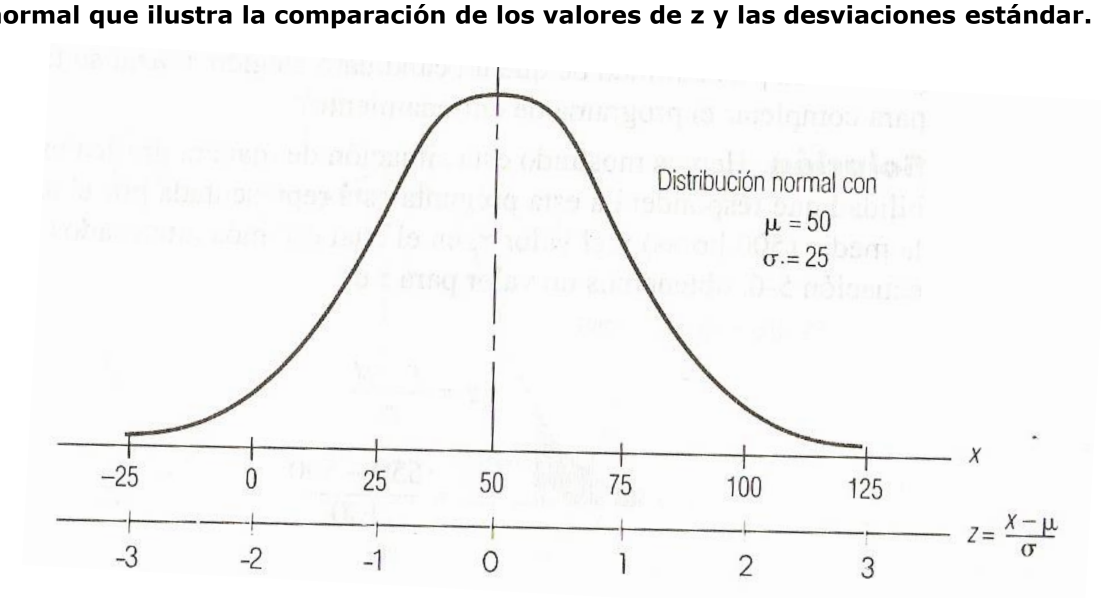
El valor de z está derivado de la fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

En la que:

x = valor de la variable aleatoria de interés.
μ = media de la distribución de la variable aleatoria.
σ = desviación estándar de la distribución.
z = número de desviaciones estándar que hay desde x a la media de la distribución. (El uso de z es solamente un cambio de escala de medición del eje horizontal).

Distribución normal que ilustra la comparación de los valores de z y las desviaciones estándar.



Cálculo de la distribución de probabilidad Normal por los métodos:

- **a)** Utilización de las tablas de la distribución Normal.
- **b)** Utilización del Minitab 15 (por cuestiones de tiempo en duración del bimestre no lo veremos, pero puedes solicitarle a tu catedrático/a, pueda explicarte sobre esta solución.

a) Cálculo de la distribución de probabilidad Normal utilizando las tablas de distribución de probabilidad normal estándar

Ejemplo:

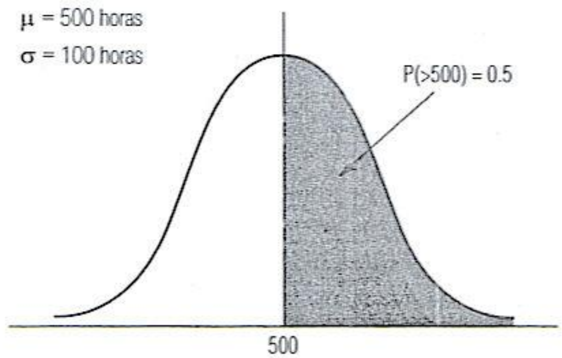
Hay un programa de entrenamiento diseñado para mejorar la calidad de las habilidades de supervisión de los supervisores de la línea de producción. Debido a que el programa es autoadministrado, los supervisores requieren un número diferente de horas para terminarlo. Un estudio de los participantes anteriores indica que el tiempo medio que se lleva completar el programa es de 500 horas, y que esta variable aleatoria normalmente distribuida tiene una desviación estándar de 100 horas.

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar requiera más de 500 horas para completar el programa de entrenamiento?
- **b)** ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome entre 500 y 650 horas en completar el programa de entrenamiento?

Resolviendo para:

Figura 5-16

Distribución del tiempo requerido para completar el programa de entrenamiento, con el intervalo más de 500 horas que aparece con pantalla gris



Dibujando una gráfica de distribución Normal (campana de Gauss) se puede observar que la mitad del área bajo la curva está localizada a ambos lados de la media de 500 horas. **Por tanto, se deduce que la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor mayor a 500 es el área sombreada, es decir, 0.5.**

Resolviendo ahora para:

- **c)** Se tiene que: μ = 500 y σ = 100 y sustituyendo valores para la obtención de Z

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \qquad Z = \frac{650 - 500}{100} \qquad \boxed{Z = 1.5 \text{ desviaciones standard}}$$

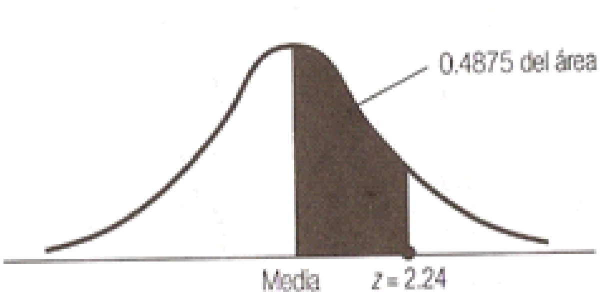


Tabla distribución de probabilidad normal estándar

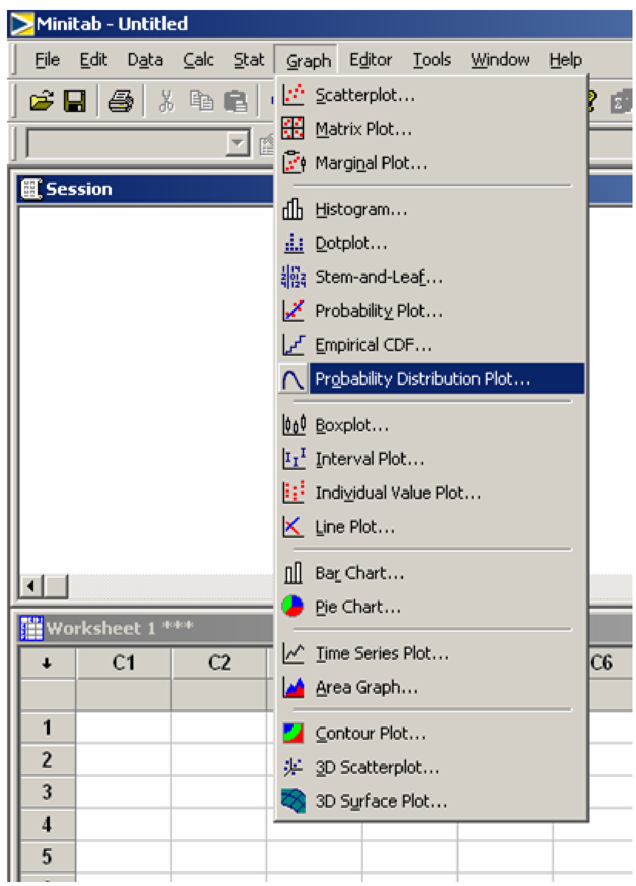
*Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal estándar, entre la media y valores positivos de *z*

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

Buscar Z = 1.50 en la tabla distribución de probabilidad normal estándar.

Encontrando una probabilidad de 0.4332.

Por lo tanto, la probabilidad de que un candidato escogido al azar requiera entre 500 y 650 horas para terminar el programa de entrenamiento es de 0.4332 es decir un 43.32%.



INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:

Documentos/libros:

1. Revista del Banco de la República de Colombia. Diciembre 2000, página 211

2. Eiteman D., Stonehill A., Moffett M.; LAS FINANZAS EN LAS EMPRESAS MULTINACIONALES; Prentice Hall, 8ª. Edición; México, 2000.

3. Estadística para Administradores. Sexta Edición. Richard I. Levin & David S. Rubin. Editorial Prentice Hall. Capítulo 5 Probabilidad II: Distribuciones, pp.232 – 264

4. GE Lighting - AEA. Curso para Green Belts, Iniciativa Sies Sigma Semana #1. Abril 1997.

Sitios web:

1. https://www.mytriplea.com/diccionario-financiero/rentabilidad-renta-fija/
2. https://www.mytriplea.com/diccionario-financiero/rentabilidad-sobre-ventas/
3. https://www.mytriplea.com/diccionario-financiero/rentabilidad-y-solvencia/
4. http://economipedia.com/definiciones/poder-adquisitivo.html
5. http://hoy.com.do/como-puede-medirse-el-poder-adquisitivo-de-un-salario/
6. http://www.economia48.com/spa/d/poder-adquisitivo/poder-adquisitivo.htm
7. http://www.economia48.com/spa/d/poder-adquisitivo-de-la-moneda/poder-adquisitivo-de-la-moneda.htm
8. http://www.deguate.com/infocentros/ecofin/guatemala/economia/indicadores-economicos/indice-de-precios-al-consumidor.php#.WXjJKxWGPIU
9. http://www.economia.ws/devaluacion.php
10. http://cashflow88.com/decisiones/Devaluacion.pdf
11. http://www.vitutor.com/pro/1/analisis_combinatorio.html
12. http://www.profesorenlinea.cl/matematica/ProbabilidadCalculo.htm
13. http://www.monografias.com/trabajos57/distribuciones-probabilidad/distribuciones-probabilidad2.shtml
14. www.minitab.com
15. http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_binomial
16. http://www.itchihuahua.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/05Distr%20Poisson.htm