CBS

Colegio Bautista Shalom

Matemática Financiera III
Sexto PAE
Tercer Bimestre

Contenidos

INTERÉS COMPUESTO

- ✓ DIFERENCIAS ENTRE EL INTERES COMPUESTO Y EL INTERES SIMPLE.
- ✓ CARACTERÍSTICAS DEL INTERÉS COMPUESTO.
- ✓ IGUALDADES ENTRE EL INTERES COMPUESTO Y EL INTERES SIMPLE.
- ✓ CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL.
- ✓ CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES.
- ✓ CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS.
- ✓ CÁLCULO DE LA DURACIÓN.

ANUALIDADES

- ✓ CLASIFICACIÓN DE LAS ANUALIDADES.
- ✓ CALCULO DE ANUALIDES VENCIDAS, ANTICIPADAS, ORDINARIAS E INMEDIATAS.
- ✓ VALOR ACTUAL DE UNA ANUALIDAD ORDINARIA.
- ✓ ANUALIDADES DIFERIDAS.
- ✓ CÁLCULO DEL MONTO DE ANUALIDADES DIFERIDAS.

NOTA: conforme avances en tu aprendizaje, encontrarás ejercicios a resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

INTERÉS COMPUESTO

Definición: es aquel interés que se cobra por un crédito y al ser liquidado se acumula al capital *(Capitalización el Interés)*, por lo que, en la siguiente liquidación de intereses, el interés anterior forma parte del capital o base del cálculo del nuevo interés.

Definición: es el rendimiento que, si no se paga en el período, se aumenta al capital y junto con él, produce más interés. Significa que, en cada período posterior, el interés es mayor, ya que está calculado sobre el capital original más los intereses de los períodos anteriores.

La capitalización del interés se da únicamente en el interés compuesto.

El interés compuesto se aplica en operaciones financieras a largo plazo, es decir mayores del año, ya que mientras mayor sea el plazo, más capitalizaciones se dan, siendo mayor el rendimiento que produce en relación con el interés simple. Es aplicable en campos no financieros tales como, el estudio de fenómenos relacionados con seres vivos que se reproducen de manera geométrica y para determinar la tasa de natalidad y crecimiento de las poblaciones.

Capital final (Cf) = capital inicial (C) más los intereses.

Para tu mayor comprensión, se generaliza con el siguiente problema:

Hagamos cálculos para saber el monto final de un depósito inicial de Q 1.000,000 a 5 años plazo con un interés compuesto de 10 % (como no se especifica, se subentiende que es 10 % anual).

Año	Depósito Inicial	Interés	Saldo Final
0 (inicio)	Q 1.000,000.00	(Q 1.000,000 x 10% =) **Q 100,000.00**	Q 1.100,000.00
1	Q 1.100,000.00	(Q 1.100,000 × 10% =) **Q 110,000.00**	Q 1.210,000.00
2	Q 1.210,000.00	(Q 1.210,000× 10% =) **Q 121,000.00**	Q 1.331,000.00
3	Q 1.331,000.00	(Q 1.331,000 × 10% =) **Q 133,100.00**	Q 1.464,100.00
4	Q 1.464,100.00	(Q 1.464,100 × 10% =) **Q 146,410.00**	Q 1.610,510.00
5	Q 1.610,510.00		

Conforme se avance en los cálculos, se facilitará encontrar la cantidad de interés sobre el depósito inicial para que, esa suma sea el nuevo depósito inicial al empezar el segundo año, y así sucesivamente hasta llegar al monto final.

Al capitalizar los intereses, hace que el valor que se paga por concepto de intereses se incremente mes a mes, puesto que la base para el cálculo del interés se incrementa cada vez que se liquidan los respectivos intereses.

Este es ampliamente aplicado en el sistema financiero. En todos los créditos que hacen los bancos sin importar su modalidad, se utiliza el interés compuesto. Para determinar el interés compuesto, es preciso tener claro una serie de variables a considerar en el cálculo.

Valor Presente o Actual: es el valor actual del crédito o depósito. Se conoce también como capital inicial.

Interés o Tasa de Interés: es la tasa de interés que se cobrará o pagará según sea el caso.

Periodo: tiempo o plazo durante el cual se pagará el crédito (un año, seis meses,…)

Valor Futuro: es el valor total que se pagará al terminar el periodo o plazo del crédito. Se conoce también como capital final. Cuando hacemos un crédito, conocemos el monto del crédito (valor presente), el plazo (periodo) y la tasa de interés, es decir que sólo necesitamos determinar el valor futuro. Este tipo de interés representa el costo del dinero, beneficio o utilidad de un capital inicial (C) o principal a una tasa de interés (i) durante un período (t), en el cual los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión no se retiran, sino que se reinvierten o añaden al capital inicial; es decir, se capitalizan, produciendo un capital final (C_f).

Ejemplo:

P = Q.100.00; i = 0.10

```
        P=    Q.110.      P=   Q.121.      P= Q.133.10       P= Q.146.41      P= Q.161.05
     1 año          2 años         3 años           4 años           5 años
  /___________/___________/____________/_____________/_____________/
I =          Q.10.          Q.11.           Q.12.10          Q.13.31           Q.14.64 = Q.61.05
```

DIFERENCIAS ENTRE EL INTERES COMPUESTO Y EL INTERES SIMPLE

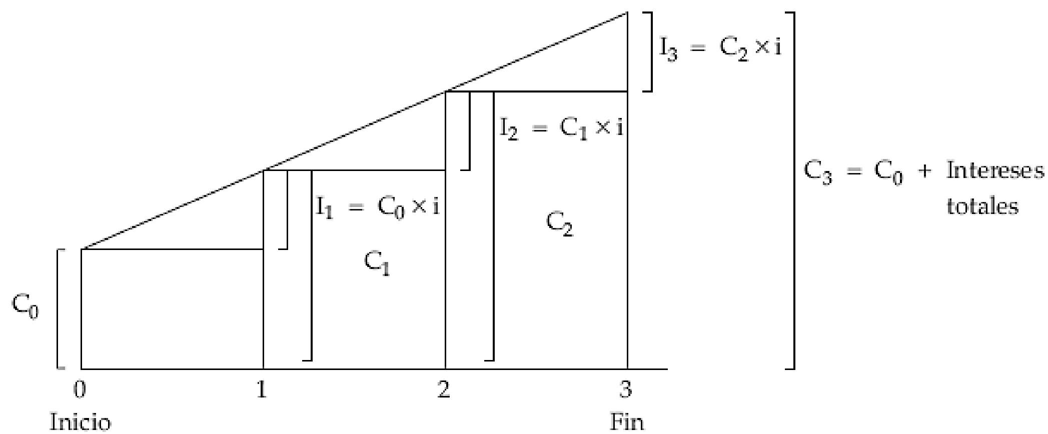
- **a)** El crecimiento del interés simple es aritmético, y el del interés compuesto geométrico.
- **b)** El interés simple es igual en cada período del plazo de la operación, mientras que el interés compuesto es mayor en cada período posterior.
- **c)** El interés simple siempre se calcula sobre el mismo capital, el interés compuesto se calcula cada vez sobre un capital mayor, al que se le acumulan los intereses generados en el período anterior.

CARACTERÍSTICAS DEL INTERÉS COMPUESTO

Los intereses son productivos, lo que significa que:

- ✓ A medida que se generan se acumulan al capital inicial para producir nuevos intereses en los períodos siguientes.
- ✓ Los intereses de cualquier período siempre los genera el capital existente al inicio de dicho período.

Gráficamente para una operación de tres períodos:



DESARROLLO

El capital al final de cada período es el resultado de añadir al capital existente al inicio de este los intereses generados durante dicho período. De esta forma, la evolución del montante conseguido en cada momento es el siguiente:

Momento 0: C_0

Momento 1: $C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + C_0 \text{ x } i = C_0 \text{ x } (1 + i)$

Momento 2: $C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + C_1 \text{ x } i = C_1 \text{ x } (1 + i) =$

$= C_0 \text{ x } (1 + i) \text{ x } (1 + i) = C_0 \text{ x } (1 + i)^2$

Momento 3: $C_3 = C_2 + I_3 = C_2 + C_2 \text{ x } i = C_2 \text{ x } (1 + i) =$

$= C_0 \text{ x } (1 + i)^2 \text{ x } (1 + i) = C_0 \text{ x } (1 + i)^3$

...

Momento n:

$$\boxed{C_n = C_0 \text{ x } (1 + i)^n}$$

IGUALDADES ENTRE EL INTERES COMPUESTO Y EL INTERES SIMPLE

- **a)** En el cálculo de ambos se aplican los factores ya conocidos: capital, tiempo y tasa de interés.
- **b)** En los dos se obtienen los conceptos básicos: Interés, monto y valor actual.

DIFERENCIAS ENTRE EL INTERES COMPUESTO Y EL INTERES SIMPLE:

- **a)** El crecimiento del interés simple es aritmético, y el del interés compuesto geométrico.
- **b)** El interés simple es igual en cada período del plazo de la operación, mientras que el interés compuesto es mayor en cada período posterior.
- **c)** El interés simple siempre se calcula sobre el mismo capital, el interés compuesto se calcula cada vez sobre un capital mayor, al que se le acumulan los intereses generados en el período anterior.

Sea C un capital invertido durante n años a una tasa i de interés compuesto por cada año.

Durante el primer año el capital C produce un interés:

$$I1 = C \cdot i$$

El capital final será:

$$C1 = C + Ci = C(1 + i)$$

Después del segundo año, el capital C_1 produce un interés:

$$I2 = C(1+i) \cdot i = C(i + i\,2)$$

El capital final C_2 será:

$$\begin{aligned} &C2 = C1 + I2 \\ &C\,(1 + i) + C\,(i + i\,2) \\ &C\,(i\,2 + 2i + 1) \\ &\mathrm{C} \cdot (1 + \mathrm{i})^2 \end{aligned}$$

Al cabo de n años el capital inicial C, invertido en la modalidad de interés compuesto se convertirá en un capital final C_n…

$$Cn = C(1 + i)^n$$

Puesto que el interés es la diferencia entre el capital final y el inicial:

$$\begin{gathered} I = Cn - C \\ \mathrm{C}(1 + \mathrm{i})^n - C \end{gathered}$$

…y sacando factor común C:

$$I = C\left[(1 + i)^n - 1\right]$$

La tasa de interés se obtiene despejando en la fórmula de Cn:

$$Cn = C\,(1 + i)^n$$

$$\frac{C_n}{C} = (1 + i)^n$$

$$1 + i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C}} - 1$$

Haciendo diferencia entre los intereses, tenemos:

$$S = C(1 + i \cdot t) \ \leftarrow interés\ simple \qquad S = C(1+i)^t \leftarrow interés\ compuesto$$

Podemos observar que en este caso se emplean otras literales o variables, pero estas representan lo mismo, al momento de ser sustituidas por cantidades.

$$\sqrt[t]{\frac{S}{C}} = \sqrt[t]{(1+i)^t} \ \rightarrow \ \sqrt[t]{\frac{S}{C}} = 1 + i \ \rightarrow \ i = \sqrt[t]{\frac{S}{C}} - 1$$

$$C = \frac{S}{(1+i)^t} \qquad \frac{S}{C} = (1+i)^t \qquad Log\, S - \log C = t \log(1+i)$$

Ejemplo 01:

Tu papá apertura una cuenta de ahorros al momento en que naciste. Si la cuenta paga el 2,5% convertible semestralmente. ¿Cuánto habrá, al cumplir 18 años su hijo?

$$S = 500(1+i)^t$$
$$S = 500\left(1 + \frac{215}{200}\right)^{36}$$
$$S = Q\ 781.97$$

Ejemplo 02:

Una póliza total de Q 10,000.00, la cual vence cada primero de mayo a partir del 2012, fue dejada en la compañía de seguros al 3.5% convertible anualmente.

¿Cuál fue su valor el primer de mayo de 2020?

$$S = 10000\left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^{8}$$

$$S = Q\ 13{,}168.09$$

Ejemplo 03:

¿Cuántos años se necesitan para que: Q 1,500.00 aumenten al doble, al 6% convertible trimestralmente?

$$t = \frac{\log 5 - \log 1500}{log\left(1 + \frac{6}{400}\right)}$$

$$t = 46.55\ trimestres$$

$$1\ año \quad 4\ trimestres$$
$$x \quad 46.55$$

$$x = \frac{46,55}{4} = 11.64\ años$$

Ejemplo 04:

Averigua en qué se convierte un capital de Q 1₁200,000.00 al cabo de 5 años, y a una tasa de interés compuesto anual del 8 %.

Aplicando la fórmula:

$$Cn = C\,(1 + i\,)^n$$

$$recuerda\ que\ ... \quad S = C(1+i)^t \quad cambian\ únicamente\ las\ variables$$

En este caso la incógnita es Cn, entonces:

$$? = C(1+i)^n$$
$$C_5 = 1\,200\,000.00\ (1 + 0.08)^5$$
$$C_5 = 1\,200\,000.00 \cdot 1.4693280$$
$$C_5 = Q\ 1_1763{,}193.6$$

El capital final es de Q $1_1$763,194.00 quetzales.

Ejemplo 05:

Calcular la tasa de interés compuesto anual que se ha aplicado a un capital de Q $1_1$500,000.00 para que al cabo de 4 años se haya convertido en Q $2_1$360, 279.00

Datos: C_n = Q 2_1 360,279.00; C = Q $1_1$500,000.00; n = 4

Sustituyendo en la fórmula…

$$Q\ 2_1360{,}279.00 = Q\ 1_1500{,}000.00\ (1 + i)^4$$

$$\frac{2\,360\,279}{1\,500\,000} = (1+i)^4 \Rightarrow 1 + i = \sqrt[4]{\frac{2\,360\,279}{1\,500\,000}} = \sqrt[4]{1{,}5735193}$$

$$1 + i = 1.1199999$$
$$i = 1.1199999 - 1 = +0.1199999 \cong 0.12$$

La tasa de interés ha sido del 12 %.

CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL

Partiendo de la fórmula de cálculo del capital final o montante y conocidos éste, la duración de la operación y el tanto de interés, bastará con despejar de la misma:

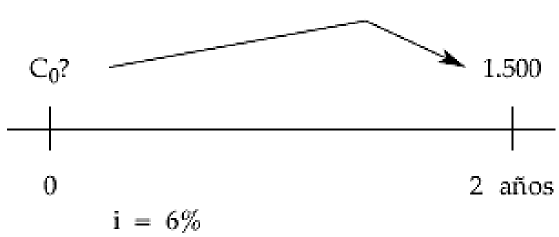
$$C_n = C_0\ (1 + i)^n$$

de donde se despeja C_0:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

Por ejemplo:

¿Cuánto deberé invertir hoy si quiero disponer dentro de 2 años de Q 1,500.00 para comprarme un carro, si me aseguran un 6% de interés anual compuesto para ese plazo?



$$C_0 = \frac{1.500}{(1 + 0{,}06)^2} = Q\ 1{,}334.99$$

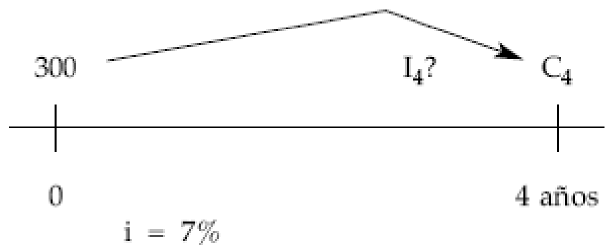
CÁLCULO DE LOS INTERESES TOTALES

Conocidos los capitales inicial y final, se obtendrá por diferencia entre ambos:

$$I_n = C_n - C_0$$

Por ejemplo:

¿Qué intereses producirán 300 euros invertidos 4 años al 7% compuesto anual? ¿300 I_4?



$$C_4 = 300 \text{ x } (1 + 0{,}07)^4 = \text{Q } 393.24$$
$$I_n = 393{,}24 - 300 = \text{Q } 93.24$$

CÁLCULO DEL TIPO DE INTERÉS

Si se conoce el resto de los elementos de la operación: capital inicial, capital final y duración, basta con tener en cuenta la fórmula general de la capitalización compuesta y despejar la variable desconocida.

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

Los pasos por seguir son los siguientes:

Pasar el C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1 + i)^n$$

Quitar la potencia (extrayendo raíz n a los dos miembros):

$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} = \sqrt[n]{(1 + i)^n}$$

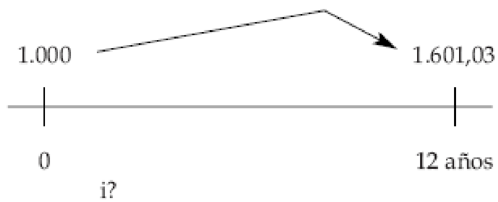
$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} = (1 + i)$$

Despejar el tipo de interés:

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

Por ejemplo:

Determinar el tanto de interés anual a que deben invertirse Q 1,000.00 para que en 12 años se obtenga un montante de Q 1,601.03



1.000 x (1 + i) 12 = Q 1,601.03

$$i = \sqrt[12]{\frac{1.601{,}03}{1.000}} - 1 = 0{,}04 = 4\%$$

CÁLCULO DE LA DURACIÓN

Conocidos los demás componentes de la operación: capital inicial, capital final y tipo de interés, basta con tener en cuenta la fórmula general de la capitalización compuesta y despejar la variable desconocida.

Punto de partida:

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

Pasar el C_0 al primer miembro:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1 + i)^n$$

Extraemos logaritmos a ambos miembros:

$$\log \frac{C_n}{C_0} = \log (1 + i)^n$$

Aplicamos propiedades de los logaritmos:

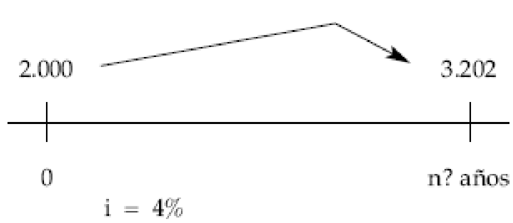
$$\log C_n - \log C_0 = n \times \log (1 + i)$$

Despejar la duración:

$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1 + i)}$$

Por ejemplo:

Un capital de Q 2,000.00 colocado a interés compuesto al 4% anual asciende a Q 3,202.00. Determinar el tiempo que estuvo impuesto.



$$2.000 \times (1 + 0{,}04)^n = 3.202$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log (1 + i)} = \frac{\log 3.202 - \log 2.000}{\log 1{,}04} = 12 \text{ años}$$

EJERCICIO 01. Resuelve cada uno de los siguientes problemas que se te presentan a continuación. Deja constancia de los procedimientos.

Problema 01. Hallar la tasa de interés i por periodo de conversión y el número n de periodos de conversión. ¿Cuándo se invierte un capital C?

- **a)** Por 5 años al 4%
- **b)** Por 8 años al 5%
- **c)** Por 6 años el 4½% convertible semestralmente.
- **d)** Por 10 años al 3,5% convertible semestralmente.
- **e)** Por 6 años 9 meses, al 6% convertible trimestralmente.
- **f)** Del 1ro de enero de 2000 al 1ro de julio de 2011 al 5% convertible semestralmente.
- **g)** Del 18 de agosto de 2000 al 18 de febrero de 2009, al 3.5% convertible semestralmente.
- **h)** Del 20 de enero de 2000 al 20 de julio de 2007 al 6% convertible mensualmente.
- **i)** Del 30 de septiembre de 2000 al 30 de marzo de 2016, al 3% convertible mensualmente.

Problema 02. Hallar el monto compuesto de Q 100.00 al 5% por:

- **a)** 10 años en forma aproximada. ¿Cuánto el monto compuesto es el doble del capital original?
- **b)** 20 años.
- **c)** 30 años.

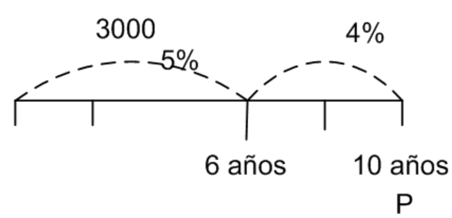
Problema 03. Un padre coloca Q 500.00 en una cuenta de ahorros al nacer su hijo. Si la cuenta paga el 2.5% convertible semestralmente. ¿Cuánto habrá, al cumplir 18 años su hijo?

Problema 04. Una póliza total de Q 10,000 cuyo vencimiento fue el 1ro de mayo de 2000, fue dejada en la compañía de seguros al 3.5% convertible anualmente. ¿Cuál fue su valor al 1ro de mayo de 2008?

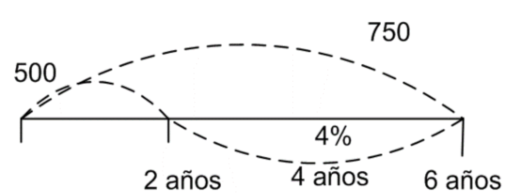
Problema 05. Acumular Q 2,000.00 por 6 años al 6.4% convertible semestralmente.
Cuántos años se necesitan para que...

- **a)** El monto de Q 2,500.00 sea Q 6,000.00 al 5% convertible semestralmente.
- **b)** El monto de Q 4,000.00 sea Q 7,500.00 al 4.6% convertible trimestralmente.

Problema 06. Manuel Firma un documento comprometiéndose a pagar a Nora Q 3,000.00 en 6 años con intereses al 5% convertible trimestralmente. Cuatro años después, Nora vende el documento a Paty. ¿Cuánto pagó Paty por el documento si la tasa de interés era del 4% convertible semestralmente?



Problema 07. Una deuda de Q 500.00 pagaderos en 2 años y otra de Q 750.00 pagaderos en 6 años se van a liquidar mediante un pago único dentro de 4 años. Hallar el importe del pago suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente.



Problema 08. Hallar la tasa de interés i por periodo de conversión y el número "n" de periodos de conversión, cuando se invierte un capital "C", este se convirtió del 15 de marzo de 1997 al 15 de septiembre de 2012, a una tasa de 3.5% convertible semestralmente. Hallar el valor de: Q 2,000.00 pagaderos en 8.5 años al 5% convertible semestralmente…

Problema 09. Al nacer su hijo, un padre desea invertir una cantidad tal, que acumulada al 3.5% convertible semestralmente importe Q 6,000.00 Cuando el hijo tenga 21 ¿Cuánto tendrá que invertir?

Problema 10. Calcula la tasa de interés compuesto anual que se ha aplicado a un capital de Q 1$_1$500,000.00 para que al cabo de 4 años se haya convertido en Q 2$_1$360,279.00.

EJERCICIO 02. Resuelve cada uno de los siguientes problemas que se te presentan a continuación. Deja constancia de los procedimientos.

Problema 01. Se depositan Q 500 en un banco a una tasa de interés de 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado en 2 años?

Problema 02. Determine el monto acumulado de Q 50,000.00 que se depositan en una cuenta de valores que paga 15% anual convertible mensualmente:

- **a)** Al cabo de 1 año.
- **b)** Al cabo de 2 años.
- **c)** Al cabo de 3 años.
- **d)** Al cabo de 5 años.

Problema 03. Obtenga el monto que se acumula en 2 años si un capital de Q 65,000.00 se invierte al 40% compuesto por semestres.

Problema 04. ¿Cuánto se acumula en una cuenta de ahorros que reditúa el 18.6% anual capitalizable por bimestres en un plazo de 2 años, si se invierten?

Problema 05. El señor Patricio Ramos depositó Q 20, 000.00, en un banco que paga una tasa de interés de 8%. ¿Cuánto tendrá el señor Ramos dentro de 10 años, si la capitalización es anual?

Problema 06. ¿Cuánto dinero debe pagarse a un banco que realizó un préstamo de Q 300,000.00 si al cabo de un año se reembolsa el capital e interés y la tasa aplicada es de 24% anual convertible trimestralmente?

Problema 07. ¿Qué capital debe invertirse en una cuenta que paga 33.6% anual capitalizable por meses, para disponer de Q 13,000.00 en 7 meses?

Problema 08. ¿En cuánto tiempo se triplica un capital que se invierte al 31.2% anual compuesto por semanas?

Problema 09. ¿Con qué tasa de interés anual compuesto por quincenas se triplica un capital en dos años?

Problema 10. ¿Cuánto debe invertir una persona ahora al 4.6% anual capitalizable trimestralmente para tener Q 150,000.00 en su cuenta dentro de 2 años?

Problema 11. Lupe desea adquirir un terreno con valor de Q 350,000.00, le pidieron que entregue 40% de anticipo y el resto a dos años y medio. ¿Cuánto debe depositar Lupe en el banco el día de hoy para poder garantizar la liquidación de su adeudo, si la tasa de interés vigentes es de 30% anual convertible trimestralmente?

Problema 12. ¿Cuánto debe depositar una persona el día de hoy si desea tener un monto de Q 500,000.00 dentro de 3 años, si la tasa vigente del mercado es 13% anual capitalizable semestralmente?

Problema 13. Una persona tiene una deuda de Q 300,000.00 con intereses al 5% anual convertible semestralmente pagadero a 3 años. Suponiendo una tasa del 4%, encontrar el valor actual de la deuda.

Problema 14. Calcular el monto de un capital de Q 150,000.00 depositado al 3.8% trimestral durante seis trimestres y calcular los intereses ganados.

Problema 15. El Sr. Ramos, depositó Q 20,000.00 en un banco que paga una tasa de interés de 8%. ¿Cuánto tendrá Ramos de 10 años, si la capitalización es anual?

Problema 16. El Sr. Miramón, depositó en una cuenta de inversión Q 50,000.00, a 6 años, si el banco paga una tasa de interés de 12% y la capitalización es semestral, ¿Cuánto tendrá el señor Miramón dentro de 6 años?

Problema 17. Calcular el importe de las ventas que tendrá dentro de cuatro años una compañía que actualmente vende Q $120_1000,000.00$ anuales, si programa los siguientes incrementos. Calcular el aumento total de la venta anual al final del cuarto año con respecto al año base.

AÑO	%
1	10
2	12
3	15
4	19

Problema 18. El señor Raymundo debe Q 50,000.00, cantidad que tendrá que pagar dentro de 3 años, si la tasa de interés es de 12% y la capitalización es anual. ¿Cuál es el valor presente de la deuda, es decir, su valor hoy?

Problema 19. ¿Cuál era la población de un país hace 10 años si en la actualidad tienen 81, 765,000 habitantes y su tasa de crecimiento se estima en 3.2% anual?

Problema 20. ¿Cuál fue la tasa de interés a la que se pactó una inversión por Q 50,000.00 si al cabo de 6 años se recibieron Q 100,609.82, tomando en cuenta que la capitalización fue semestral?

Fuente: información tomada de los portales web http://www.abanfin.com/, http://www.matematicas-financieras.com/, http://www.sectormatematica.cl/

ANUALIDADES

Definición: son pagos iguales efectuados a intervalos iguales de tiempo (generalmente de un año) que se llaman intervalos de pago. En préstamos, como en adquisiciones de bienes, generalmente los pagos que se efectúan son iguales en intervalos de tiempo y todo indica que la medida común es un año, a menos que se indique lo contrario. En ocasiones, sucede que son quincenales, mensuales, bimestrales, trimestrales, tanto para tasas como para los pagos en el tiempo; cuando esto pasa, se habla de convertibilidad de las tasas, cuando coincide tiempo y tasa y el pago de la deuda, o bien cuando todos difieren.

El cobro quincenal del sueldo, el pago mensual de la renta de la casa o del departamento, los abonos mensuales para pagar un automóvil, el pago anual de la prima de seguro, los dividendos semestrales sobre las acciones, etc. Es así como hablamos de anualidades. Cuando el pago de la anualidad se efectúa al final del intervalo de pago, se llama anualidad ordinaria; y si se efectúa al principio del intervalo de pago, se llama anualidad anticipada.

Una anualidad es una sucesión de pagos, depósitos, abonos o retiros iguales, que se realizan a intervalos de tiempo iguales con interés compuesto.

Intervalo o periodo de pago o periodo de renta: se conoce como intervalo o periodo de pago al tiempo que transcurre entre un pago y otro.

Renta: es el nombre que se da al pago periódico que se hace.

Plazo de una anualidad: es el tiempo que transcurre entre el inicio del primer pago y el final o último. Las anualidades son simples si los intervalos de pago son iguales en magnitud y coincide con capitalización de los intereses.

CLASIFICACIÓN DE LAS ANUALIDADES

Las anualidades se clasifican según ciertos criterios expuestos en la siguiente tabla:

Criterio	Tipo
○ Intereses	Simples ---------- Generales
○ Tiempo	Ciertas ---------- Contingentes
○ Pagos	Ordinarias -------- Anticipadas
○ Iniciación	Inmediatas ------- Diferidas

Anualidades simples

Son aquellas en que los periodos de pago coinciden con los periodos de capitalización de intereses. En las generales, no coinciden. En las anualidades ciertas se conocen las fechas del primer pago y del último pago con certeza. En las contingentes pueden no conocerse la fecha de iniciación, o la fecha de terminación, o ambas a la vez.

Anualidades ordinarias

Se llaman también vencidas y es cuando los pagos o depósitos se efectúan ordinariamente al final de cada periodo.

Anualidades anticipadas

Los pagos o depósitos se realizan al principio de cada periodo de tiempo.

Anualidades inmediatas

Son cuando el primer pago se realiza en el primer periodo de la operación financiera.

Anualidades diferidas

En las anualidades diferidas existe un periodo que se llama de "gracia" por lo que se pospone el primer pago o depósito un lapso de tiempo convenido.

CALCULO DE ANUALIDES VENCIDAS, ANTICIPADAS, ORDINARIAS E INMEDIATAS

VENCIDAS	**ANTICIPADAS**
$a = \dfrac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1}$	$a = \dfrac{S \cdot i}{(1+i)[(1+i)^n - 1]}$
$n = \dfrac{log\left(\dfrac{S\cdot i}{a(1+i)} + 1\right)}{log\,(1+i)}$	$n = \dfrac{log\left(\dfrac{S\cdot i}{a(1+i)} + 1\right)}{log\,(1+i)}$

Ejemplo 01:

Michael está pagando Q 22.50 al final de cada semestre por concepto de la prima de una póliza total la cual la pagará Q 1,000.00 al término de 20 años. ¿Qué cantidad tendrá?

$$S = \frac{a(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S = \frac{22.50\left(1+\frac{3}{200}\right)^{40} - 1}{\frac{3}{200}}$$

$$S = Q\ 1{,}221.03$$

El monto de las anualidades ordinarias o vencidas es la suma de los montos de todas y cada una de las rentas que se realizan hasta el momento de realizar la última.

Ejemplo 02:

Una persona decide depositar Q 5,000.00 al fin de cada mes en una institución financiera que le abonará intereses del 12% convertible mensualmente: el 1% mensual durante 6 meses. Se pide calcular y conocer el monto que se llegue a acumular al final del plazo indicado.

CONCEPTO	CANTIDAD
Depósito al final del primer mes	5,000.00
Intereses por el segundo mes (5000 x 0.01)	50.00
Suma	5,050.00
Depósito al final del segundo mes	5,000.00
Monto al final del segundo mes	10,050.00
Intereses por el tercer mes (10050 x 0.01)	100.50
Depósito al final del tercer mes	5,000.00
Monto al final del tercer mes	15,150.50
Intereses por el cuarto mes (15150.50 x 0.01)	151.51
Depósito al final del cuarto mes	5,000.00
Monto al final del cuarto mes	20,302.01
Intereses por el quinto mes (20302.01 x 0.01)	203.02
Depósito al final del quinto mes	5,000.00
Monto al final del quinto mes	25,505.03
Intereses por el sexto mes (25505.03 x 0.01)	255.05
Depósito al final del sexto mes	5,000.00
Monto final (al término del sexto mes)	30,760.08

Ahora bien, si el monto total es igual a la suma de los montos de cada anualidad, llegaremos al mismo resultado:

Monto de la primera renta:	$M = 5,000(1.01)^5$	5,255.05
Monto de la primera renta:	$M = 5,000(1.01)^4$	5,203.02
Monto de la tercera renta:	$M = 5,000(1.01)^3$	5,151.51
Monto de la tercera renta:	$M = 5,000(1.01)^2$	5,100.50
Monto de la quinta renta:	$M = 5,000(1.01)^1$	5,050.00
Monto de la sexta renta:	$M = 5,000(1.01)^0$	5,000.00
Monto total		30,760.08

Fórmulas para Calcular el Monto Futuro de una Anualidad Simple, Cierta, Ordinaria.

Se conoce la renta, la tasa nominal, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo:

$$M = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

Si se aplica la fórmula anterior a los datos del ejercicio 1, se tiene:

$$M = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Datos: Solución:

$R = 5{,}000$
$J = 0.12$ $\quad i = \frac{0.12}{12} = 0.01$
$m = 12$
$n = 6$

$$M = 5{,}000\,\frac{(1+0.01)^6 - 1}{0.01} \qquad M = 30{,}760.08$$

Ejemplo 03:

Calcular el monto futuro de una serie de depósitos semestrales de Q 20,000.00 durante 2.5 años en una cuenta bancaria que rinde:

a) El 10% capitalizable semestralmente.
b) El 12% capitalizable semestralmente.
c) Interpretar resultados

a) Tasa 10%:

Fórmula: $M = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Datos:
$R = 20{,}000$
$J = 0.10$
$m = 2$
$n_a = 2.5$

$i = \frac{J}{m}$ y $n = n_a \times m$

Solución: $i = \frac{0.10}{2} = 0.05$ $\quad n = 2 \times 2.5 = 5$

$$M = 20{,}000\,\frac{(1+0.05)^5 - 1}{0.05} \qquad M = 110{,}512.62$$

b) Tasa 12%:

Fórmula: $M = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Datos:
$R = 20{,}000$
$J = 0.12$
$m = 2$
$n_a = 2.5$

$i = \frac{J}{m}$ y $n = n_a \times m$

Solución: $i = \frac{0.12}{2} = 0.06$ $\quad n = 2 \times 2.5 = 5$

$$M = 20{,}000\,\frac{(1+0.06)^5 - 1}{0.06} \qquad M = 112{,}741.86$$

c) *interpretación:*

Existe una diferencia de Q 2,229.24, lo que representa un 2.0% al aumentar la tasa 2 puntos porcentuales.

VALOR ACTUAL DE UNA ANUALIDAD ORDINARIA

Cuando el tiempo del cálculo coincide con la iniciación de la serie de pagos o rentas, el valor equivalente de la serie es actual.

El lapso que transcurre entre la fecha de la entrega del valor actual y el vencimiento de la primera anualidad será igual a cada periodo que separa a las demás rentas.

El valor presente o actual de las anualidades ordinarias se puede presentar en alguna de estas dos modalidades:

- **a.** Como el descuento de una serie de anualidades, que vencen escalonadamente y están separadas por intervalos iguales de tiempo.
- **b.** Como la determinación de un capital que, invertido a interés, proporciona una serie de rentas futuras.

Ejemplo 04:

Se tienen seis pagarés con vencimientos escalonados en forma cuatrimestral, cada uno de Q 25,000.00, y se quieren liquidar el día de hoy, siendo una tasa del 6% cuatrimestral.

Determinemos el valor actual o presente de cada documento:

1era. renta:	$C = 25,000(1+0.06)^{-1}$	23,584.91
2da. renta	$C = 25,000(1+0.06)^{-2}$	22,249.91
3ra. renta	$C = 25,000(1+0.06)^{-3}$	20,990.48
4a. renta	$C = 25,000(1+0.06)^{-4}$	19,802.34
5a. Renta	$C = 25,000(1+0.06)^{-5}$	18,681.45
6a. Renta	$C = 25,000(1+0.06)^{-6}$	17,624.01
VALOR ACTUAL TOTAL		122,933.10

Ahora bien, ¿qué cantidad habrá que invertir al 6% cuatrimestral para tener derecho a recibir seis rentas de Q 25,000.00 cada una? Conforme a la resolución anterior, se sabe que el valor actual es de Q 122,933.10. Comprobemos si con el importe de seis pagos de Q 25,000.00 cada uno el deudor salda su cuenta.

Capital invertido	122,933.10
Intereses del 1er. cuatrimestre (0.06)	7,375.98
Suma	130,309.08
Menos el pago de la 1a. renta	25,000.00
Saldo al final del 1er. cuatrimestre	105,309.08
Intereses del saldo (0.06)	6,318.55
Suma	111,627.63
Menos el pago de la 2a. renta	25,000.00
Saldo al final del 2o. cuatrimestre	86,627.63
Intereses del saldo (0.06)	5,197.65
Suma	91,825.28
Menos el pago de la 3a. renta	25,000.00
Saldo al final del 3er. cuatrimestre	66,825.28
Intereses del saldo (0.06)	4,009.52
Suma	70,834.80

Menos el pago de la 4a. renta	25,000.00
Saldo al final del 4o. cuatrimestre	45,834.80
Intereses del saldo (0.06)	2,750.09
Suma	48,584.89
Menos el pago de la 5a. renta	25,000.00
Saldo al final del 5o. cuatrimestre	23,584.89
Intereses del saldo (0.06)	1,415.09
Suma	24,999.98
Menos el pago de la 6a. renta	25,000.00
SALDO FINAL	–0.02*

* Por el redondeo de cifras. Dado lo anterior, se debe encontrar el valor actual de cada pago para determinar el valor presente total de la serie de rentas. Podemos decir que el valor actual es igual a la suma de los valores actuales de cada renta.

Fórmulas para Calcular la Renta de una Anualidad Simple, Cierta, Ordinaria.

a) Si se conoce el capital inicial, la tasa de interés nominal o por periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización:

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

b) Si se conoce el monto futuro, la tasa de interés nominal o por periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización:

$$R = \frac{Mi}{(1+i)^{n}-1}$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 05:

¿Cuál es la renta mensual que se requiere para obtener Q 30,760.08 durante 6 meses si se invierte con el 12% capitalizable mensualmente?

Fórmula: $R = \frac{Mi}{(1+i)^{n}-1}$

Datos:

$M = 30,760.08$

$J = 0.12$

$m = 12$

$n_a = 0.5$

$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$

Solución: $i = \frac{0.12}{12} = 0.01 \qquad n = 12 \times 0.5 = 6$

$$R = \frac{30,760.08 \times 0.01}{(1+0.01)^{6}-1} \qquad R = 5,000.00$$

Fórmulas para Calcular el Tiempo o Plazo en una Anualidad Simple, Cierta, Ordinaria.

a) Si se conoce el capital inicial, la renta, la tasa nominal o la tasa efectiva por periodo y la frecuencia de conversión:

$$n = \frac{Ln \quad \frac{1}{1-\frac{C}{R}i}}{Ln \ (1+i)}$$

$$i = \frac{J}{m}$$

b) Si se conoce el monto futuro, la renta, la tasa nominal o la tasa efectiva por periodo y la frecuencia de conversión:

$$n = \frac{Ln \ \left(\frac{M}{R}i+1\right)}{Ln \ (1+i)}$$

$$i = \frac{J}{m}$$

Ejemplo 06:

¿Cuántos pagos deben realizarse para llegar a acumular Q 30,760.08 si se depositan Q 5,000.00 mensuales con una tasa de interés del 12% compuesto mensual?

Fórmula:

$$n = \frac{Ln \ \left(\frac{M}{R}i+1\right)}{Ln \ (1+i)}$$

Datos:

$$M = 30,760.08$$
$$R = 5,000.00$$
$$J = 0.12$$
$$m = 12$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

Solución:

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

$$n = \frac{Ln \ \left(\frac{30,760.08}{5,000}0.01+1\right)}{Ln \ (1+0.01)} = 6 \ \ meses$$

Fórmulas para Calcular la Tasa de Interés de una Anualidad Simple, Cierta, Ordinaria.

Sabiendo que la tasa de interés se encuentra en el numerador y en el denominador de las fórmulas de monto y valor actual de una anualidad simple, cierta, ordinaria, no se puede despejar por lo que se usa para su cálculo, el procedimiento llamado de prueba y error a base de iteraciones sucesivas.

a) Si se conoce el capital inicial, la renta, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización:

$$\frac{C}{R} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

b) Si se conoce el monto futuro, la renta, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización:

$$\frac{M}{R} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$i = \frac{J}{m} \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 07:

¿A qué tasa se aplicó una serie de 6 pagos mensuales de Q 5,000.00 cada uno, para acumular, al final de los mismos, Q 30,760.08?

Fórmulas:

$$\frac{M}{R} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Datos:

$M = 30,760.08$

$R = 5,000.00$

$m = 1$

$n = 6$

Solución:

$$\frac{30,760.08}{5,000} = 6.152016 = \frac{(1+i)^6 - 1}{i}$$

$Si \ \ i = 0.005 \qquad \dfrac{1.005^6 - 1}{0.005} = 6.075502$

$Si \ \ i = 0.012 \qquad \dfrac{1.012^6 - 1}{0.012} = 6.182906$

$Si \ \ i = 0.01 \qquad \dfrac{1.01^6 - 1}{0.01} = 6.152015$

$$\therefore \ i = 0.01 \ mensual = 12.0\% \ anual$$

EJERCICIO 03. Resuelve cada uno de los siguientes problemas que se te presentan a continuación. Deja constancia de los procedimientos.

Problema 01. Hallar el monto y el valor presente de las siguientes anualidades ordinarias:

a) Q 400.00 anuales durante 12 años al 2.5%
b) Q 150.00 mensuales durante 6 años 3 meses al 6% convertible mensualmente.
c) Q 500.00 trimestralmente durante 8 años, 9 meses, al 6% convertible trimestralmente.

Problema 02. Bobby ahorra Q 600.00 cada medio año y los invierte al 3% convertible semestralmente. Hallar el importe de sus ahorros después de dos años.

Problema 03. Hallar el valor efectivo equivalente a una anualidad de Q 100.00 al final de cada tres meses durante quince años, suponiendo un interés del 5% convertible trimestralmente.

Problema 04. Mynor está pagando Q 22.50 al final de cada semestre por concepto de la prima de una póliza total, la cual la pagará Q 1,000.00 al término de 20 años. ¿Qué cantidad tendrá si en su lugar depositará cada pago en una cuenta de ahorros que le produjera el 3% convertible semestralmente?

Problema 05. ¿Qué es más conveniente, comprar un automóvil en Q 2,750.00 de contado o pagar Q 500.00 iniciales y Q 200.00 al final de cada mes por los próximos 12 meses. Suponiendo intereses calculados al 6% convertible mensualmente?

EJERCICIO 04. Resuelve cada uno de los siguientes problemas que se te presentan a continuación. Deja constancia de los procedimientos.

Problema 01. Se estima que un terreno boscoso producirá Q 15,000.00 anuales por su explotación en los próximos 10 años y entonces la tierra podrá venderse en Q 10,000.00

Encontrar su valor actual suponiendo intereses al 5%.

Problema 02. Suponiendo intereses al 5.2% convertible trimestralmente, ¿qué pago único inmediato es equivalente a 15 pagos trimestrales de Q 100.00 cada uno, haciéndose el primero al final de tres meses?

Problema 03. Mariano invierte Q 250.00 al final de cada 6 meses en un fondo que paga el 3 $^{3}/_{4.}$ Convertible semestralmente.

- **a)** ¿Cuál será el importe del fondo, precisamente después del 12_{O}?
- **b)** ¿Antes del 12_{O} depósito?
- **c)** Precisamente antes del 15_{O} ¿depósito?

Problema 04. Compra Manuel un carro nuevo de Q 3,750.00, la reciben su coche usado en Q 1,250.00 ¿Cuánto tendrá que pagar en efectivo si el saldo restante lo liquidará mediante el pago de Q 125.00 al final de cada mes durante 18 meses, cargándole intereses al 6% convertible mensualmente?

Problema 05. Un contrato estipula pagos semestrales de Q 400.00 por los próximos 10 años y un pago adicional de Q 2,500.00 al término de dicho período. Hallar el valor efectivo equivalente del contrato al 7% convertible semestralmente.

Problema 06. Manuel acuerda liquidar una deuda mediante 12 pagos trimestrales de Q 300.00 cada uno. Si omite los tres primeros pagos, ¿qué pago tendrá que hacer en el vencimiento del siguiente para…

- **a)** ¿Quedar al corriente en sus pagos?
- **b)** ¿Saldar su deuda? Tomar intereses al 8% convertible trimestralmente.

Problema 07. Con el objeto de reunir una cantidad que le será entregada a su hijo al cumplir 21 años, un padre deposita Q 200.00 cada seis meses en una cuenta de ahorro que paga el 3% convertible semestralmente. Hallar el monto de la entrega si el primer deposito se hizo el día del nacimiento del hijo y el último cuando tenía $20^{1}/_{2}$ años.

Problema 08. Mariano ha depositado Q 25.00 al final de cada mes durante 20 años en una cuenta que paga el 3% convertible mensualmente. ¿Cuánto tenía en la cuenta al final de dicho periodo?

Problema 09. ¿Cuánto debió depositarse el 1^{ro} de junio de 1980 en un fondo que pagó el 4% convertible semestralmente, con el objetivo de poder hacer retiros semestrales de Q 500.00 cada uno, desde el 1^{ro} de junio de 1995 hasta el 1^{ro} de diciembre de 2010?

Problema 10. Bruno alquila un edificio en Q 10,000.00 cada t3 meses pagados por adelantado. Invierte en forma inmediata Q 7,500.00 de cada pago en un fondo que paga el 5% convertible trimestralmente. ¿Cuál será el importe del fondo al término de 6 años?

Problema 11. La prima anual por adelantado de una póliza de seguro temporal a 10 años es Q 178.40 ¿Cuál es el equivalente de contado al $3^{1}/_{2}$ %?

Problema 12. Mario acuerda pagar Q 250.00 al principio de cada año durante 15 años. Al $4^{1}/_{2}$ % hallar el valor de los pagos restantes…

- **a)** Justamente después que haga el tercer pago.
- **b)** Justamente entes de hacer el sexto pago.
- **c)** Si después de hacer el pago inicial.

Mario deja de hacer los 4 pagos siguientes, ¿Cuánto tendrá que pagar al vencimiento del siguiente pago para ponerse al corriente?

Problema 13. Una empresa debe de pagar dentro de 6 meses la cantidad de Q 200,000.00. Para asegurar el pago, el contralor propone por liquidez reunir un fondo con depósitos mensuales que paga el 10% capitalizable mensualmente.

- **a)** Obtener el valor de los depósitos.
- **b)** ¿Cuál es el valor acumulado al 4° mes?
- **c)** Interpretar resultados.

Problema 14. Una persona adquiere a crédito una computadora en 4 meses. Calcular el pago mensual si el precio de contado es de Q 19,750.00.

- **a)** A una tasa de interés del 21.6%.
- **b)** Si la tasa aumenta en 2…
- **c)** Interpretar resultados.

Problema 15. ¿Cuántos pagos bimestrales vencidos de Q 1,550.00 se tendrían que hacer para saldar una deuda pagadera hoy de Q 8,000.00 si el 1er. pago se realiza dentro de 2 meses y el interés es del 2.75% bimestral?

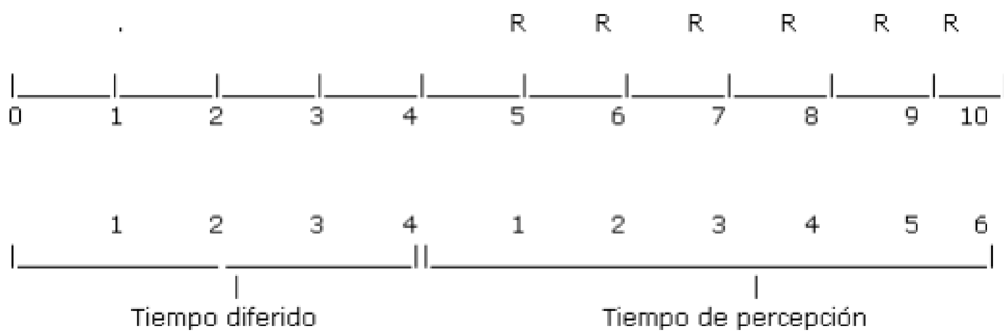
- **a)** Expresar el resultado en años, meses y días.
- **b)** Calcular el monto del pago último (2 casos: 4 pagos de Q 1,550.00 y un 5° pago mayor de esta cantidad o 5 pagos de Q 1,550.00 y uno 6° menor).
- **c)** Comprobar estos resultados con base en sus respectivos valores actuales.

ANUALIDADES DIFERIDAS

Cuando la serie de pagos se inicia en alguna fecha futura, decimos que su pago se aplaza o se difiere.

En este tipo de anualidades, hay dos tiempos:

- **a.** Diferido o intervalo de aplazamiento, en el que no se realiza pago alguno. Se le llama r.
- **b.** De percepción (n). La gráfica siguiente ejemplifica el caso de anualidades ordinarias diferidas:



Como puedes observar en la ilustración anterior, el primer pago se realizará en una fecha futura, es decir, al terminar el quinto periodo y durante cuatro periodos no se hace pago. Es de notar que este es un caso de anualidades ordinarias diferidas.

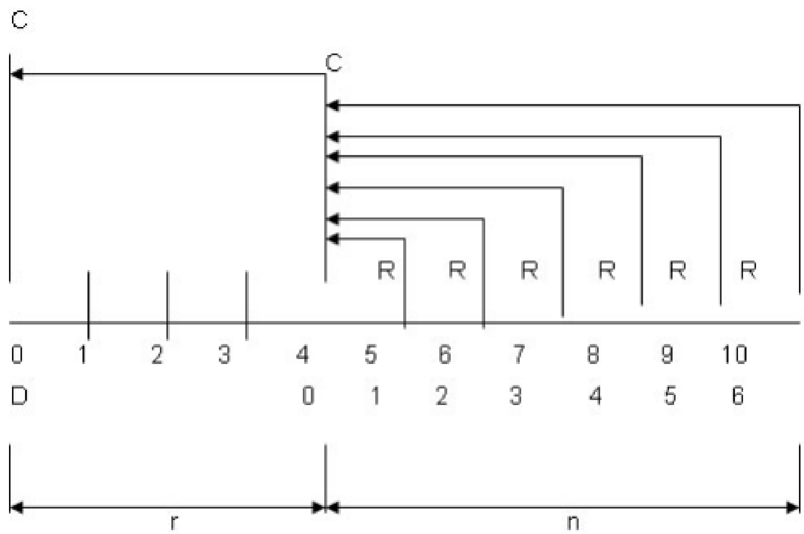
CÁLCULO DEL MONTO DE ANUALIDADES DIFERIDAS

Se utilizan las mismas fórmulas de una anualidad simple cierta ordinaria o anticipada, ya que lo único que se modifica es el inicio del primer pago o depósito, el cual se efectúa hasta después de transcurrido un intervalo de tiempo desde el momento en que la operación quedó formalizada. El resultado del monto futuro de una anualidad diferida es exactamente el mismo que el de una anualidad inmediata. El monto de las anualidades diferidas vencidas es igual al de las anualidades ordinarias, en las mismas condiciones de importe de la renta, plazo o tiempo y tasa de interés. Esto se debe a que, durante el tiempo diferido, no se realiza ningún pago o depósito.

Se utilizan las mismas fórmulas de una anualidad simple cierta ordinaria o anticipada, ya que lo único que se modifica es el inicio del primer pago o depósito, el cual se efectúa hasta después de transcurrido un intervalo de tiempo desde el momento en que la operación quedó formalizada. En este caso, es importante considerar el plazo diferido, que se llama también plazo de gracia, para traer a valor presente al inicio de la operación el valor actual de la anualidad simple, cierta, ordinaria.

El valor presente de las anualidades ordinarias coincide con la iniciación del tiempo de pago, en tanto que el valor actual de las anualidades diferidas se sitúa en el comienzo del tiempo diferido. En otras palabras, el valor actual de las anualidades diferidas se calcula a una fecha anterior de aquella a la cual se calcula el valor presente de las anualidades ordinarias. Así, en el ejemplo del diagrama siguiente, el valor actual de las anualidades diferidas se calcularía en el 0, en tanto que, si no existiera el tiempo diferido y nos encontráramos frente a un caso de anualidades ordinarias, su valor actual se determinaría en el 4. Para encontrar el valor actual de las anualidades diferidas, se puede calcular el valor presente como si se tratara de anualidades ordinarias a la fecha en que se inicia el periodo de pago. Conocido ese valor, lo descontamos por el tiempo diferido para regresarlo, en el tiempo, a la fecha de iniciación del periodo de aplazamiento.

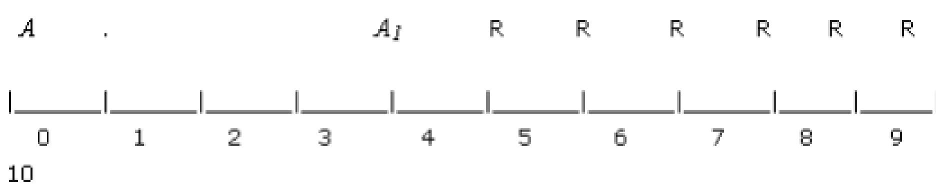
Lo anterior, en forma de diagrama, se expresa de la siguiente manera:



Valor actual de una anualidad diferida

Por ejemplo:

¿Cuál es el valor actual diferido de 6 rentas mensuales, de Q 25,000.00 cada una, si se comienza a pagar al finalizar el quinto mes, a partir del día de hoy, y la tasa es del 24% convertible mensualmente?



En el diagrama, se ve que el número de pagos que no se realizarán es 4, por lo que:

a) Cálculo de A_1:

Fórmulas: $$A = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Datos:

$$R = 25,000.00$$
$$J = 0.24$$
$$m = 12$$
$$n = 6$$

$$i = \frac{J}{m}$$

Solución: $i = \frac{0.18}{12} = 0.015$

$$A_1 = 25,000\frac{1-(1+0.02)^{-6}}{0.02} \qquad A_1 = 140,035.77$$

a_1) Cálculo de A:

Fórmulas: $A = A_1(1+1)^{-n}$

Datos:

$$A_1 = 140,035.77$$
$$i = 0.02$$
$$n = 4$$

Solución:

$$A = 140,035.77(1+0.02)^{-4}$$

$$A = 129,371.40$$

Realizando la comprobación de forma aritmética.

Capital	$129,371.40
Intereses del primer mes	2,587.43
Monto al final del primer mes	131,958.83
Intereses del segundo mes	2,639.17
Monto al final del segundo mes	134,598.00
Intereses del tercer mes	2,691.96
Monto al final del tercer mes	137,289.96
Intereses del cuarto mes	2,745.80
Monto al final del cuarto mes	140,035.76
Intereses del quinto mes	2,800.71
Suma	142,836.47
Menos la primera renta	25,000.00
Capital al final del quinto mes	117,836.47
Intereses del sexto mes	2,356.73
Suma	120,193.20

Menos la segunda renta	25,000.00
Capital al final del sexto mes	95,193.20
Intereses del séptimo mes	1,903.87
Suma	97,097.07
Menos la tercera renta	25,000.00
Capital al final del séptimo mes	72,097.07
Intereses del octavo mes	1,441.94
Suma	73,539.01
Menos la cuarta renta	25,000.00
Capital al final del octavo mes	48,539.01
Intereses del noveno mes	970.78
Suma	49,509.79
Menos la quinta renta	25,000.00
Capital al final del noveno mes	24,509.79
Intereses del décimo mes	490.21
Suma	25,000.00
Menos la sexta renta	25,000.00
Al final del décimo mes	0.00

Lo anterior ha demostrado la exactitud del valor actual que hemos calculado.

EJERCICIO 05. Resuelve cada uno de los siguientes problemas que se te presentan a continuación. Deja constancia de los procedimientos.

Problema 01. Un almacén oferta: "Cómprelo Hoy y Pague Después de Mañana" un mueble que un comprador recibe el 1° de octubre y debe pagar 12 mensualidades de Q 1,800.00 a partir del 1° de enero del año siguiente. Si se considera el interés al 18% convertible mensualmente:

- **a)** ¿Cuál es el valor de contado?
- **b)** Calcular el monto futuro mediante una anualidad y comprobar con el valor actual a interés compuesto.

Problema 02. Un capital de Q 45,000.00 se coloca en un pagaré de una institución financiera que otorga el 8.5% anual durante un año y medio, con el objeto de obtener un monto futuro de capital que cubra una buena parte de la colegiatura de un estudiante. Si se conoce que el costo de la colegiatura es de Q 75,000.00 para el próximo semestre, calcular el valor presente de la nueva anualidad.

Fuente: documento digital *matematicas_financieras/Unidad03 contenido en el portal web http://ecampus.fca.unam.mx/ parte del programa educación de la Licenciatura en Informáticas a Distancia FCA-UNAM. Y, del portal web http://www.sectormatematica.cl/, así como del http://www.uv.mx/personal/otapia/files/2011/05/problemario-completo.docx.*